

Ein einfaches Tableau-Beispiel

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

dunkelblau: noch nicht erledigt

unterlegt: wollen wir jetzt erledigen

grünlich: erledigt

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\boxed{\begin{array}{l} 1. \frac{\neg(\varphi \rightarrow \psi)}{\varphi} \\ \neg\psi \end{array}}$$

$$\neg((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

Der andere Knoten würde
den Baum breiter machen,
also lieber zuerst den untersten.

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

1. $\frac{\neg(\varphi \rightarrow \psi)}{\varphi}$ $\neg\psi$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

6. $\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\neg\varphi \mid \psi}$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$

$\neg(C \rightarrow A)$

C

$\neg A$

$\neg\neg A$

$B \vee \neg C$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$$\neg\neg A$$

$$B \vee \neg C$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$$\neg\neg A$$

$$B \vee \neg C$$

5. $\frac{\neg\neg\varphi}{\varphi}$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

C

$\neg A$

$\neg\neg A$

A

$B \vee \neg C$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

C

$\neg A$

$\neg\neg A$

A

$B \vee \neg C$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$C$$

$$\neg A$$

$$\neg\neg A$$

$$A$$

$$B \vee \neg C$$

8. $\frac{\varphi \vee \psi}{\varphi \mid \psi}$
--

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

C

$\neg A$

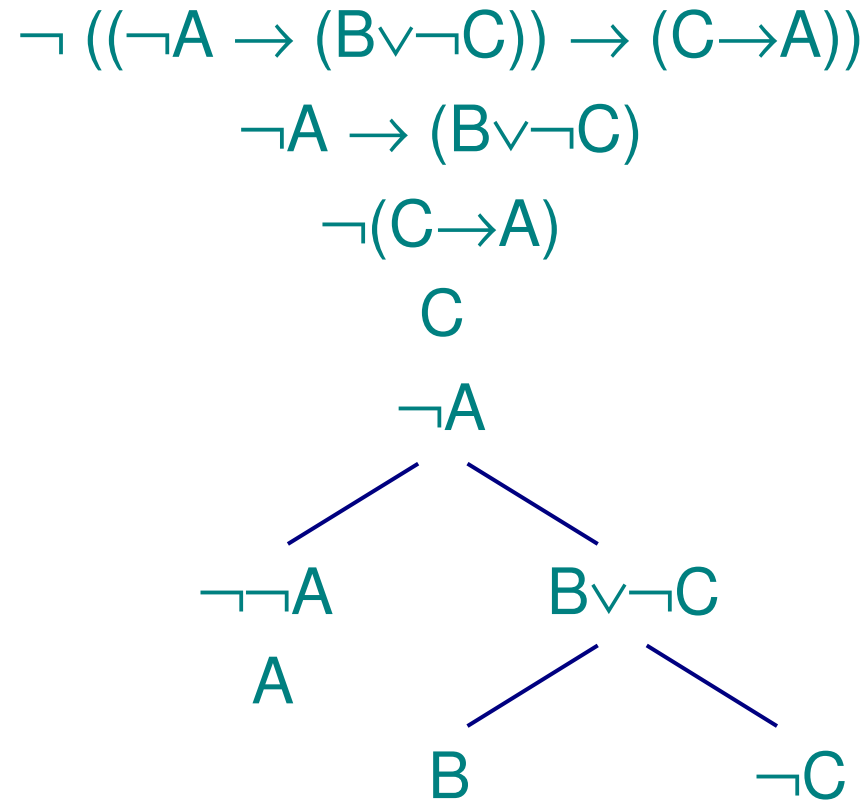
$\neg\neg A$

A

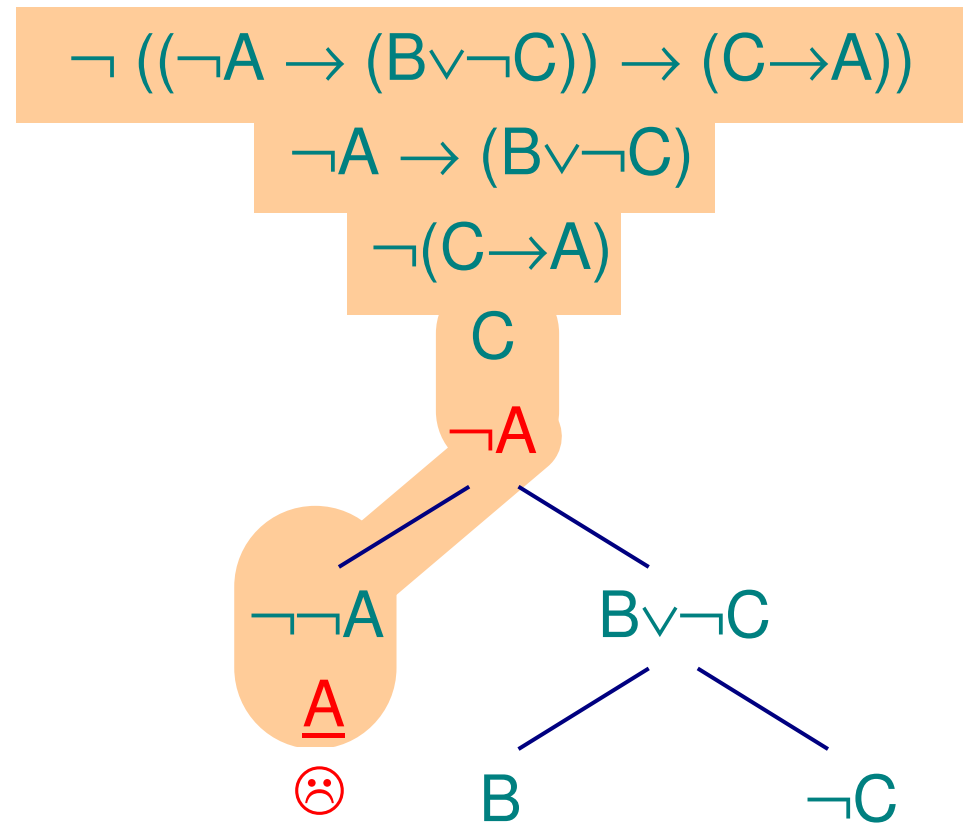
$B \vee \neg C$

B

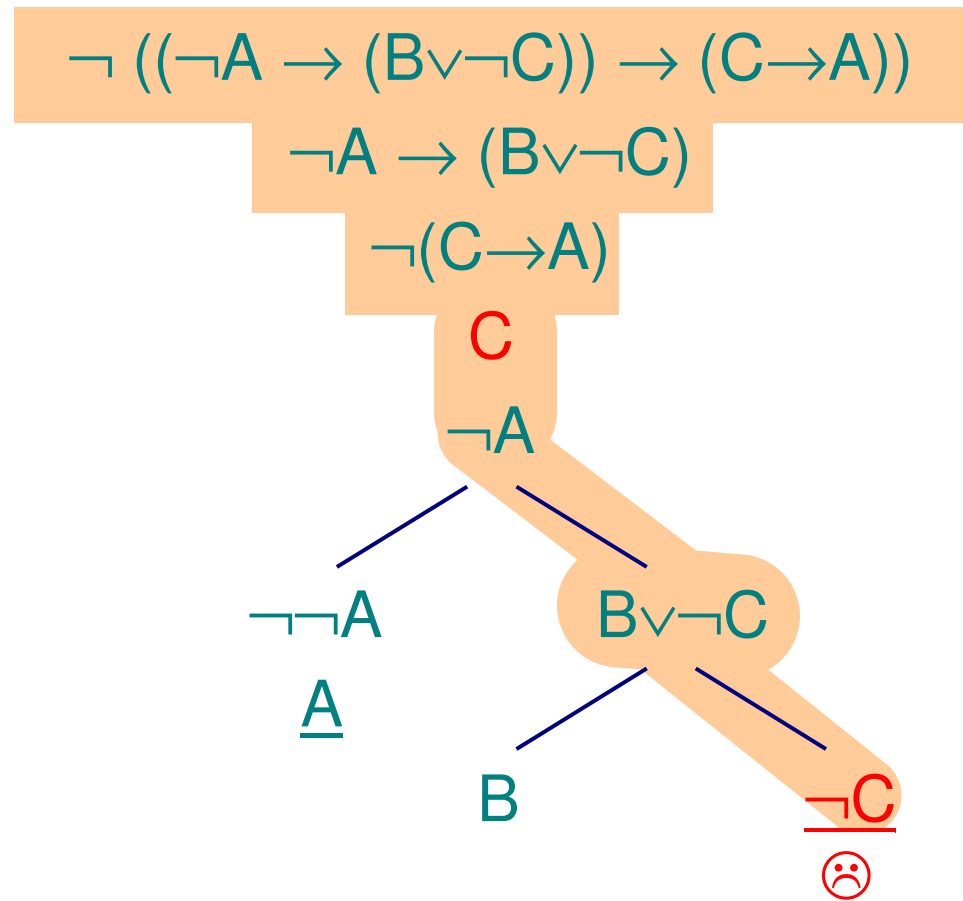
$\neg C$



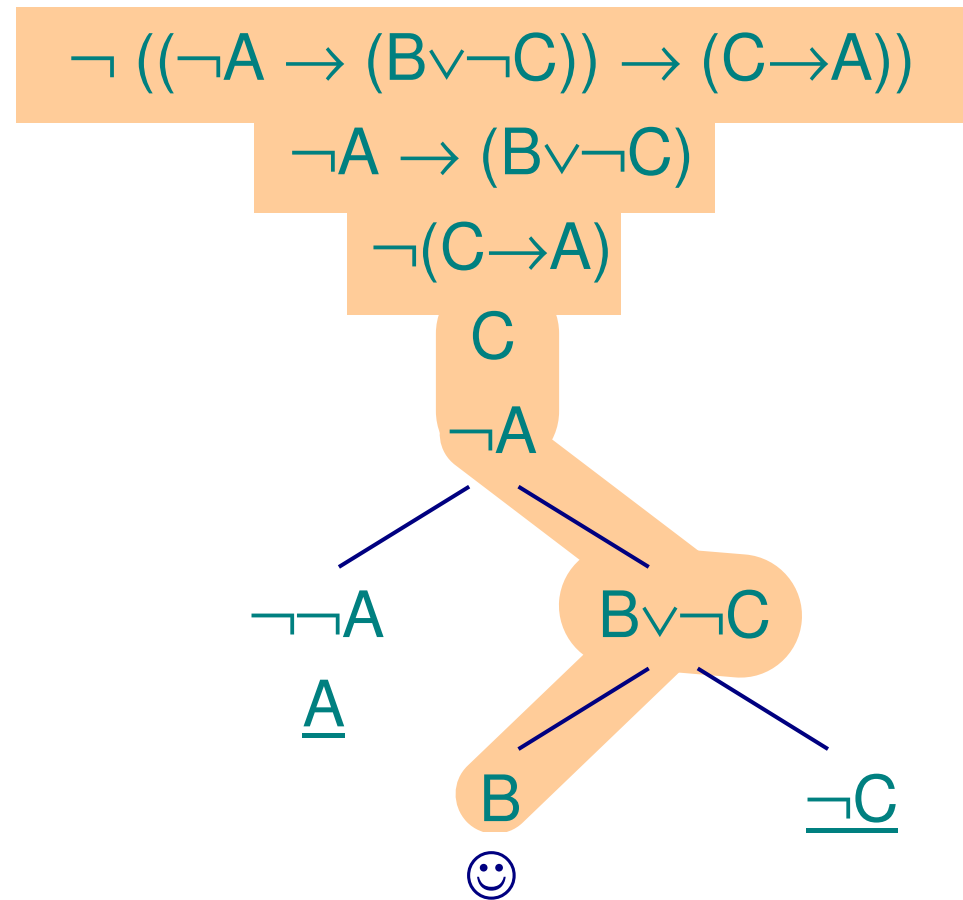
Tableaubaum fertig (alle Knoten erledigt)



abgeschlossenes Blatt



abgeschlossenes Blatt



Erfüllbar: ja – offenes Blatt

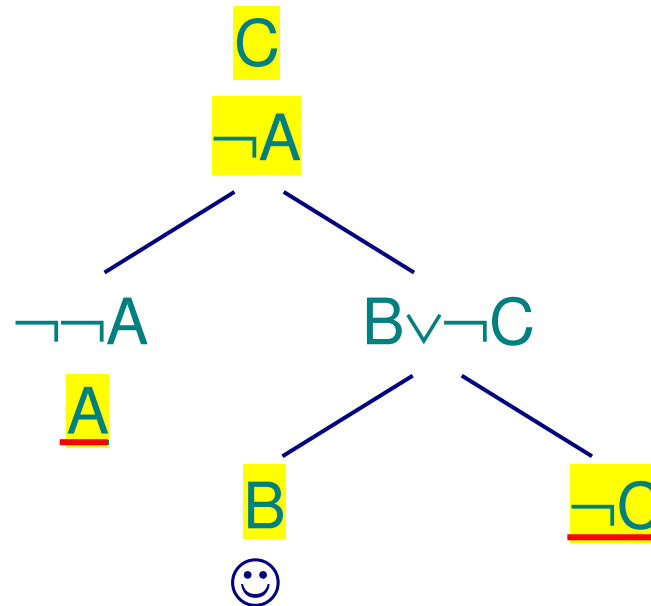
Modell: $A \mapsto F, B \mapsto W, C \mapsto W$

DNF: $C \wedge \neg A \wedge B$ (je 1 Dualklausel pro offenem Blatt)

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$



Die Berücksichtigung aller Blätter/Zweige ändert nichts:

$$2 \times \text{DNF: } C \wedge \neg A \wedge B \equiv (C \wedge \neg A \wedge A) \vee (C \wedge \neg A \wedge B) \vee (C \wedge \neg A \wedge \neg C)$$

Und bei anderer Abarbeitungsreihenfolge?

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

Bis hierher war's zwingend.

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

Jetzt mal der andere unerledigte Knoten ...

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$\neg\neg A$$

$$B \vee \neg C$$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$\neg\neg A$$

$$B \vee \neg C$$

$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$

$\neg(C \rightarrow A)$

$\neg\neg A$

$B \vee \neg C$

B

$\neg C$

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$

$$\neg\neg A$$

$$B \vee \neg C$$

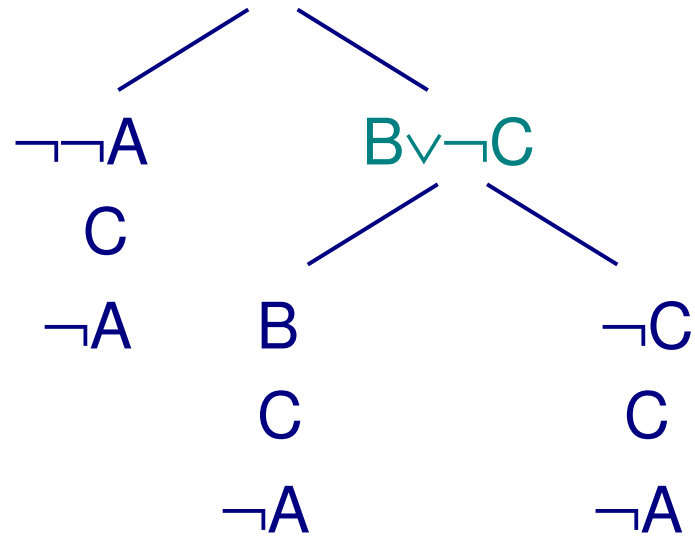
$$B$$

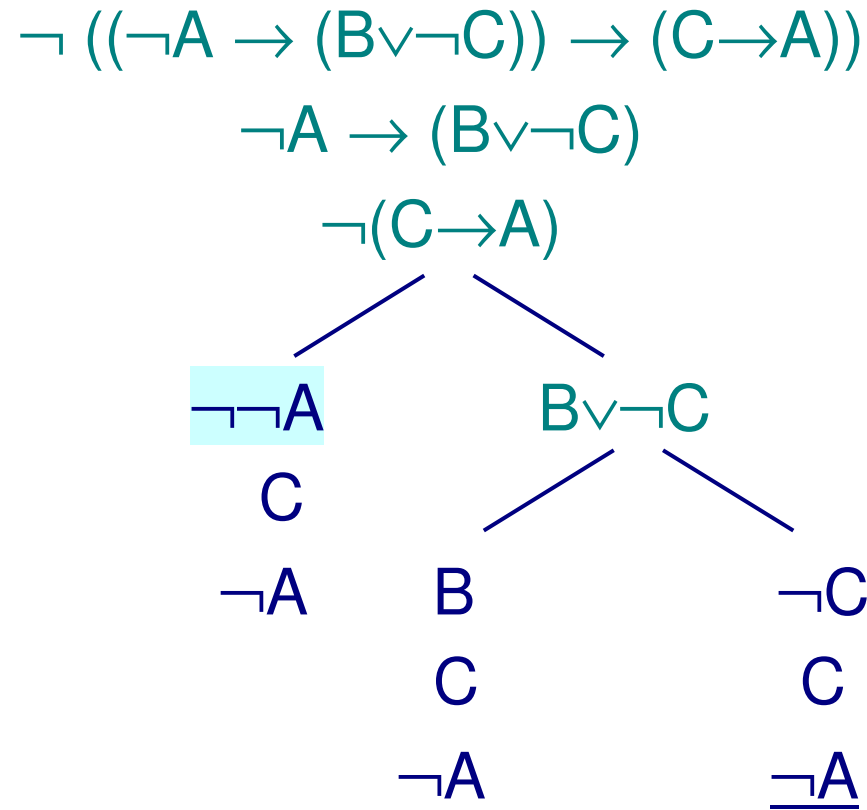
$$\neg C$$

$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$

$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$

$\neg(C \rightarrow A)$





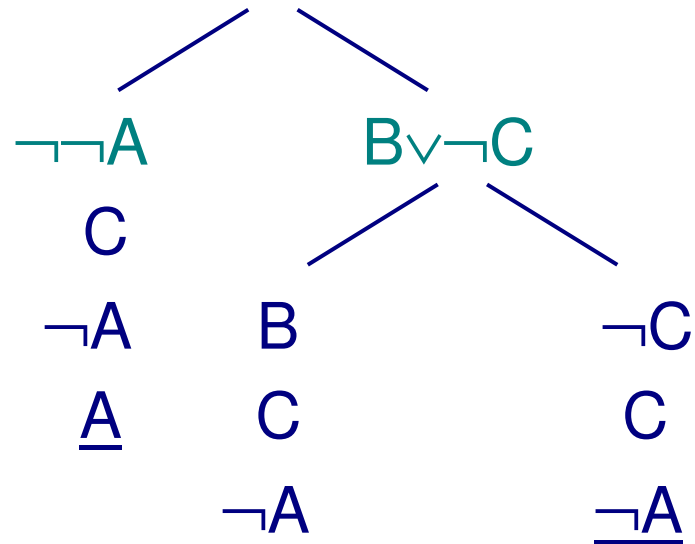
Hier wieder zwingend – keine Auswahl mehr.

B. Baumgarten – Aussagenlogik

$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

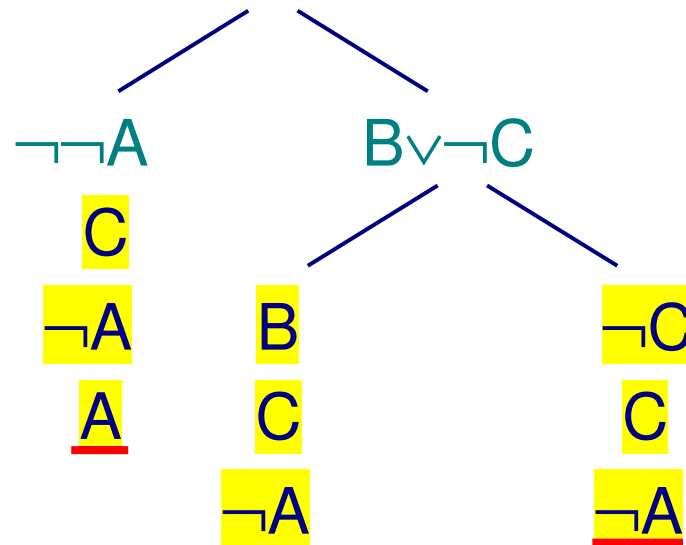
$$\neg(C \rightarrow A)$$



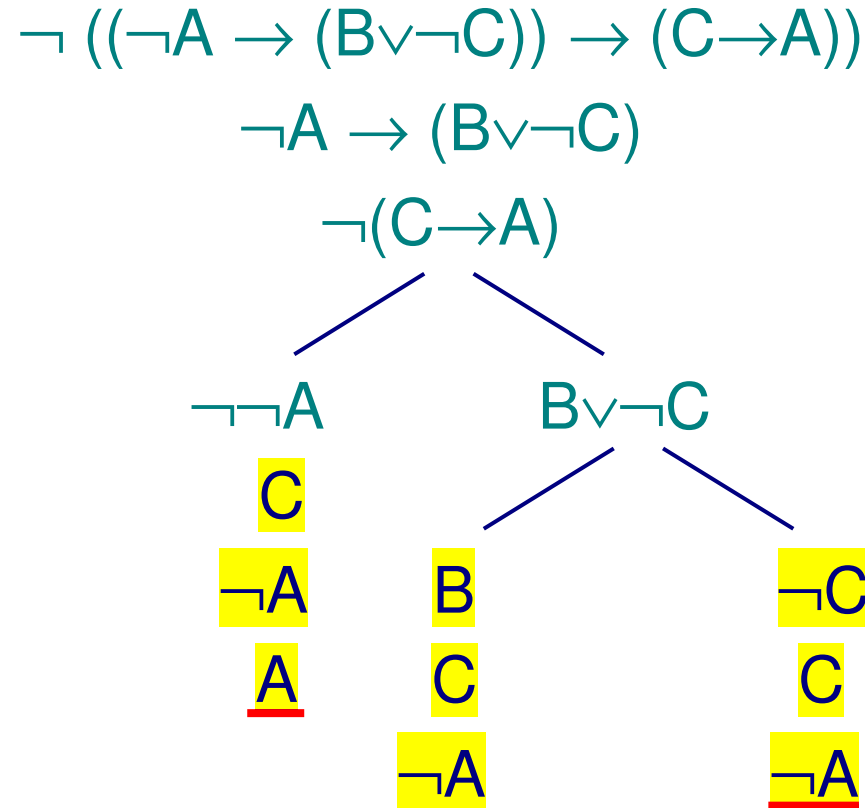
$$\neg ((\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$\neg A \rightarrow (B \vee \neg C)$$

$$\neg(C \rightarrow A)$$



DNF: $B \wedge C \wedge \neg A$ bzw. $(C \wedge \neg A \wedge A) \vee (B \wedge C \wedge \neg A) \vee (\neg C \wedge C \wedge \neg A)$



2×DNF: $B \wedge C \wedge \neg A \equiv (C \wedge \neg A \wedge A) \vee (B \wedge C \wedge \neg A) \vee (\neg C \wedge C \wedge \neg A)$

vgl. mit vorher:

2×DNF: $C \wedge \neg A \wedge B \equiv (C \wedge \neg A \wedge A) \vee (C \wedge \neg A \wedge B) \vee (C \wedge \neg A \wedge \neg C)$

... alles äquivalent.