

Andere Logiken

- Modallogik(en)
- Temporallogik(en)
- **Beschreibungslogik(en)**
 - Konzepte und Rollen
 - Fragen und Entscheidbarkeit

Beschreibungslogiken (BL, Description Logics, DL)

Wie können wir ...

- ... **Zusammenhänge** zwischen **Eigenschaften** (Prädikaten, **Konzepten**) und (meist **2-stelligen**) **Beziehungen** (Relationen, **Rollen**) ausdrücken?
- ... **aus** atomaren **Konzepten** und **Rollen** komplexere **Konzepte** und **Rollen** konstruieren?
- ...aus einem Wissensfundus (Wissensdatenbank, knowledge base) mit gegebenen Konzepten und Rollen **Schlussfolgerungen** ziehen?

vgl. auch → Wissensdarstellung, Semantische Netze, Ontologien, Begriffssprachen, Datenbanken

WIKIPEDIA
Die freie Enzyklopädie

Google
Deutschland

The Description
Logic Handbook
Theory, Implementation
and Applications

BL-Beispiele

Im Bereich der **Menschen** gilt z.B.:

- **Mutter** ist man genau dann, wenn man Elternteil und Frau ist.

in PL1: $\forall x : (Mutter(x) \leftrightarrow (Elternteil(x) \wedge Frau(x)))$

in Beschreibungslogik: **Mutter := Elternteil \sqcap Frau**

- **Elternteil** ist man genau dann, wenn ein Mensch existiert, den man als Kind hat.

in PL1: $\forall x : (Elternteil(x) \leftrightarrow \exists y (HatAlsKind(x, y)))$

in Beschreibungslogik: **Elternteil := \exists HatAlsKind.T** (T wie true/top)

*steht in Beziehung **HatAlsKind** zu mindestens einem Menschen (der Art **beliebig** – wg. Top)*

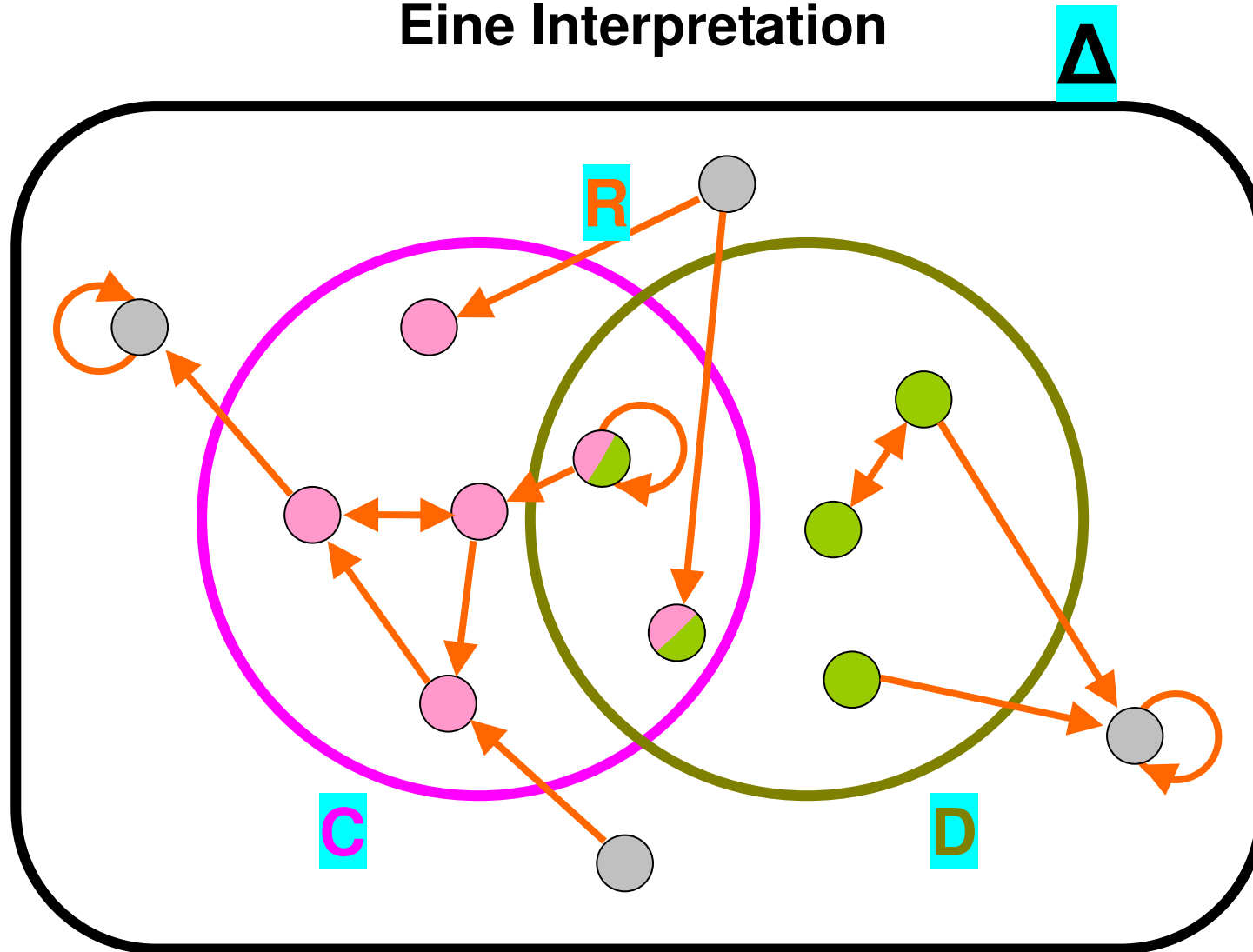
- **Ursula von der Leyen ist Mutter.**

in PL1: $Mutter(UrsulaVonDerLeyen)$

in Beschreibungslogik: **UrsulaVonDerLeyen : Mutter**

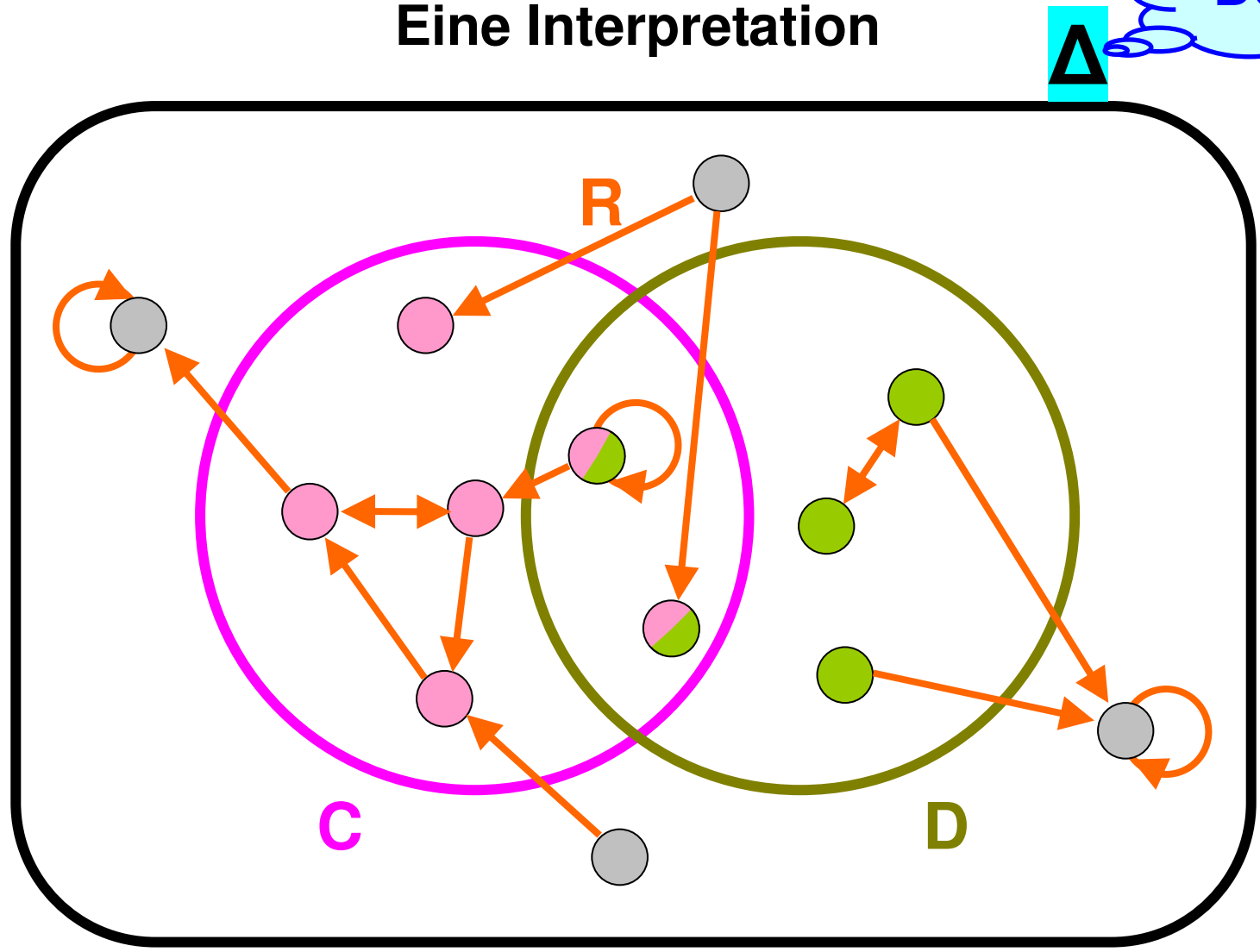
Informelle ALC-Semantik

Eine Interpretation



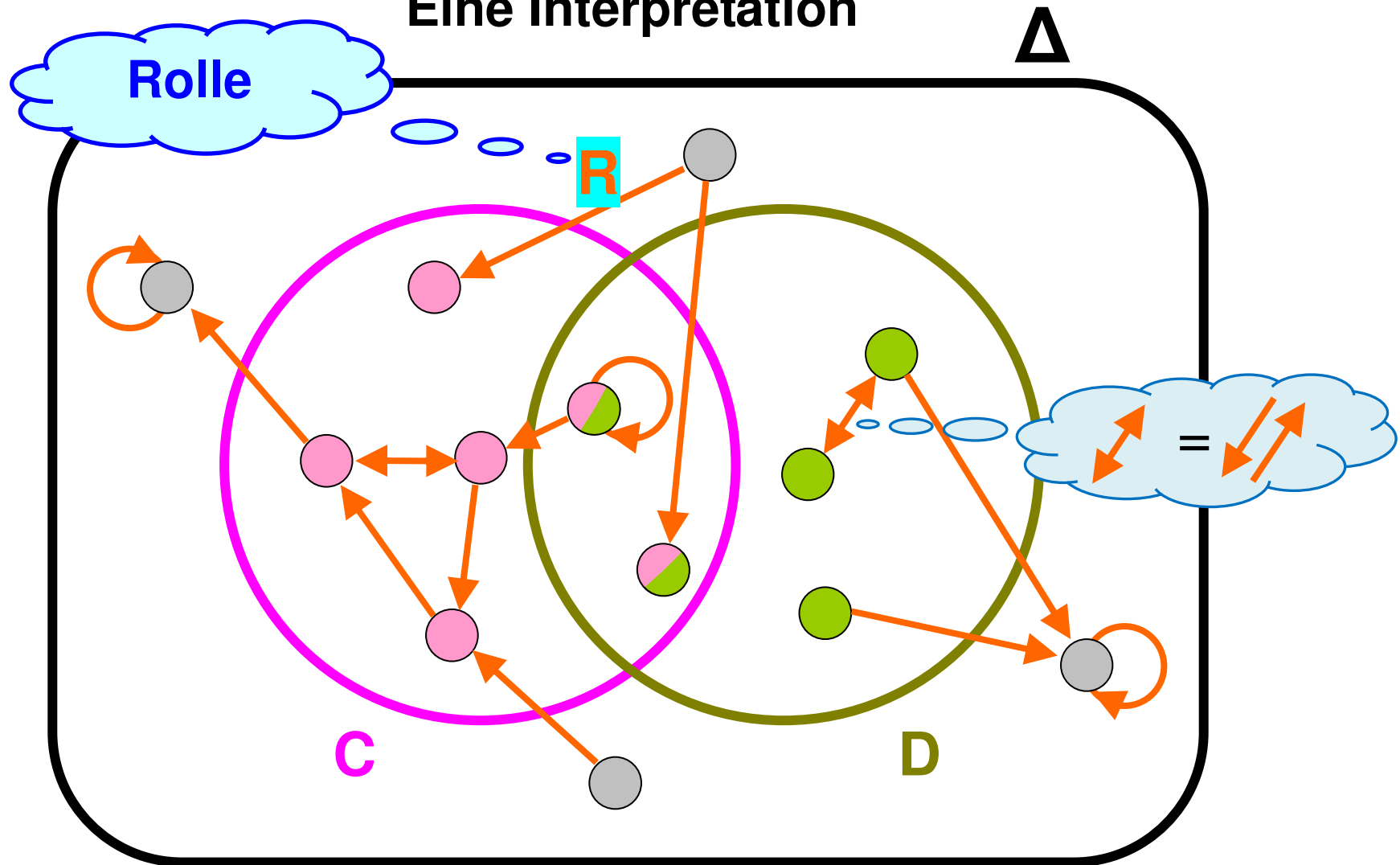
Informelle ALC-Semantik Eine Interpretation

Domäne



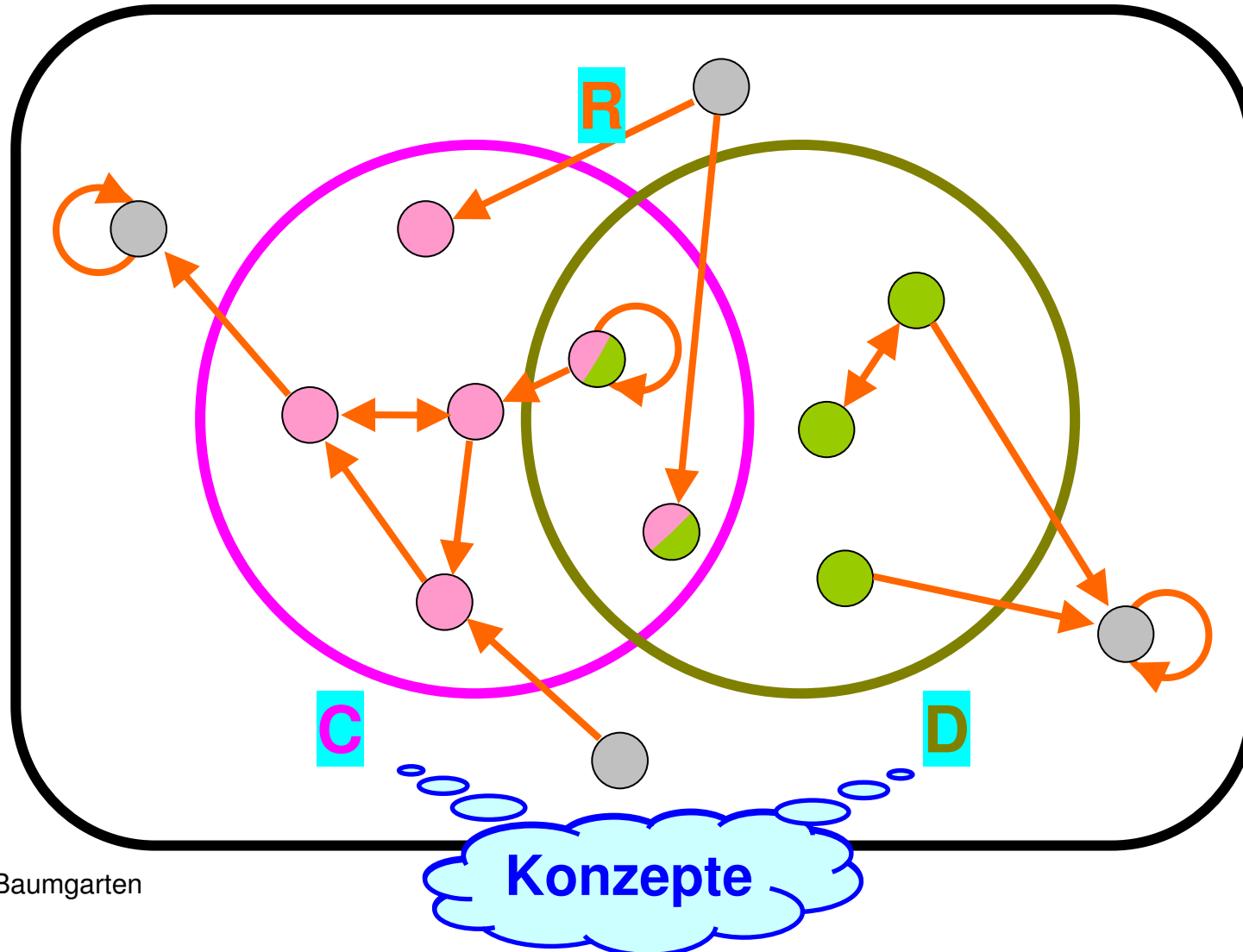
Informelle ALC-Semantik

Eine Interpretation



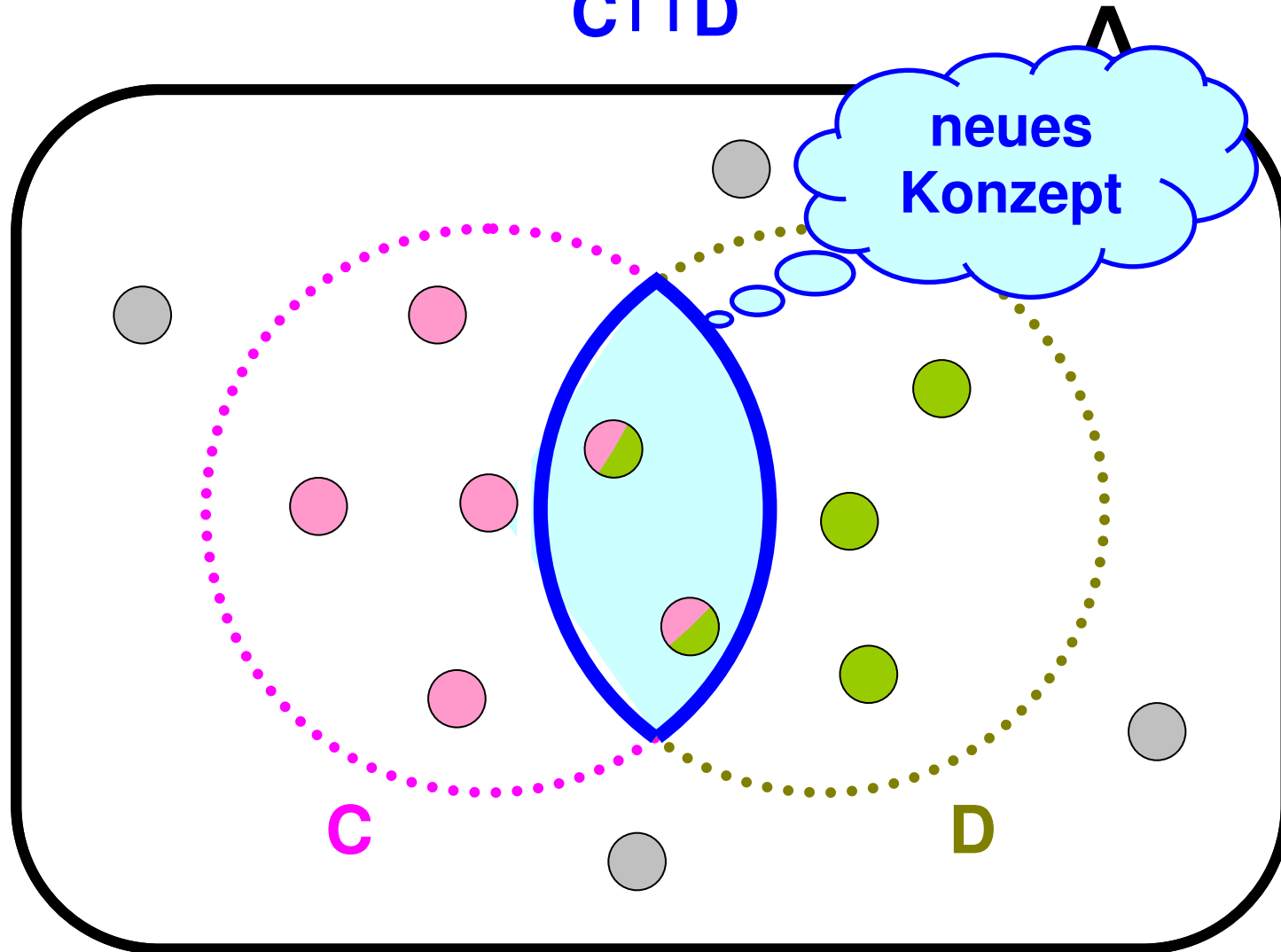
Informelle ALC-Semantik

Eine Interpretation

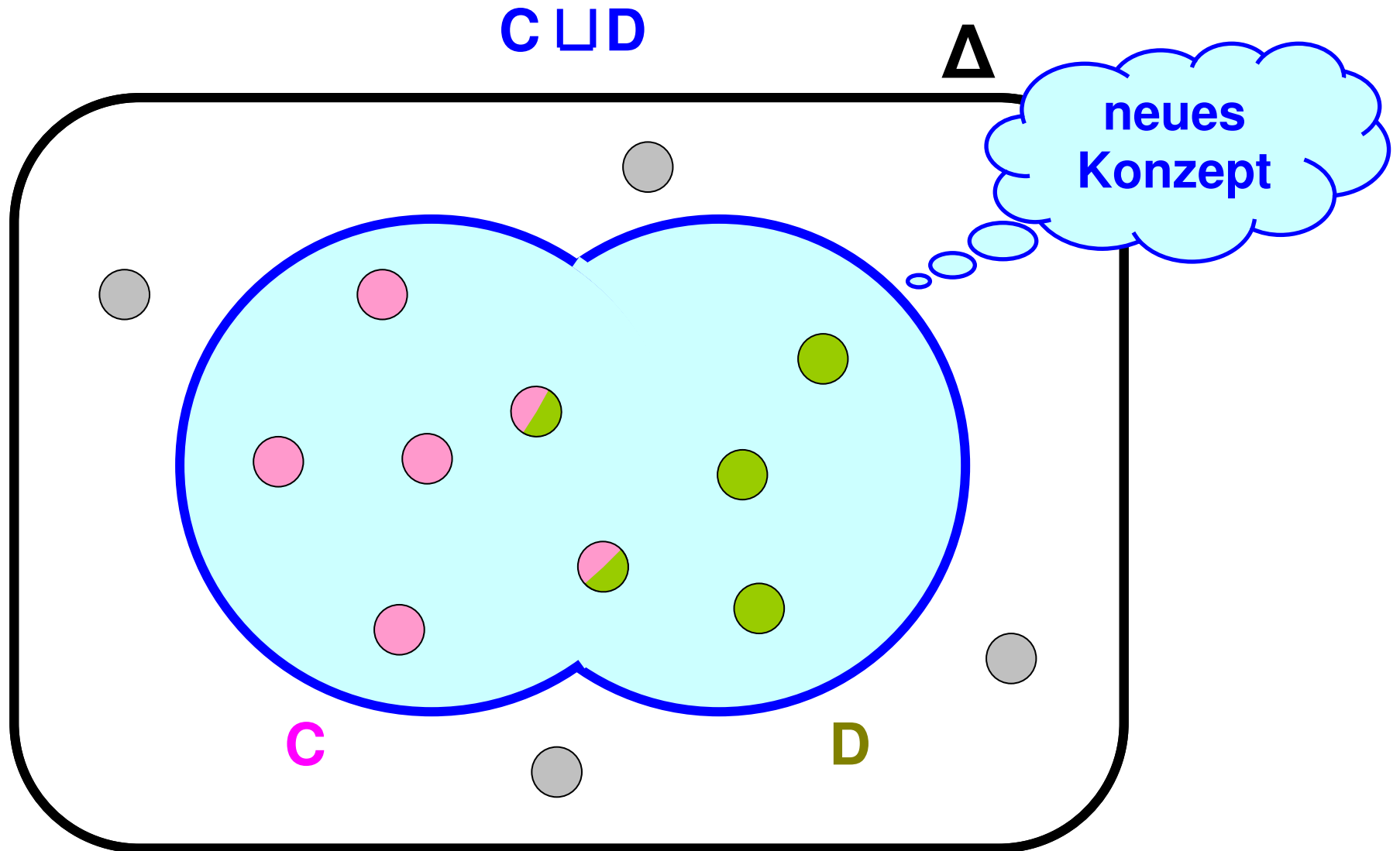


Informelle ALC-Semantik

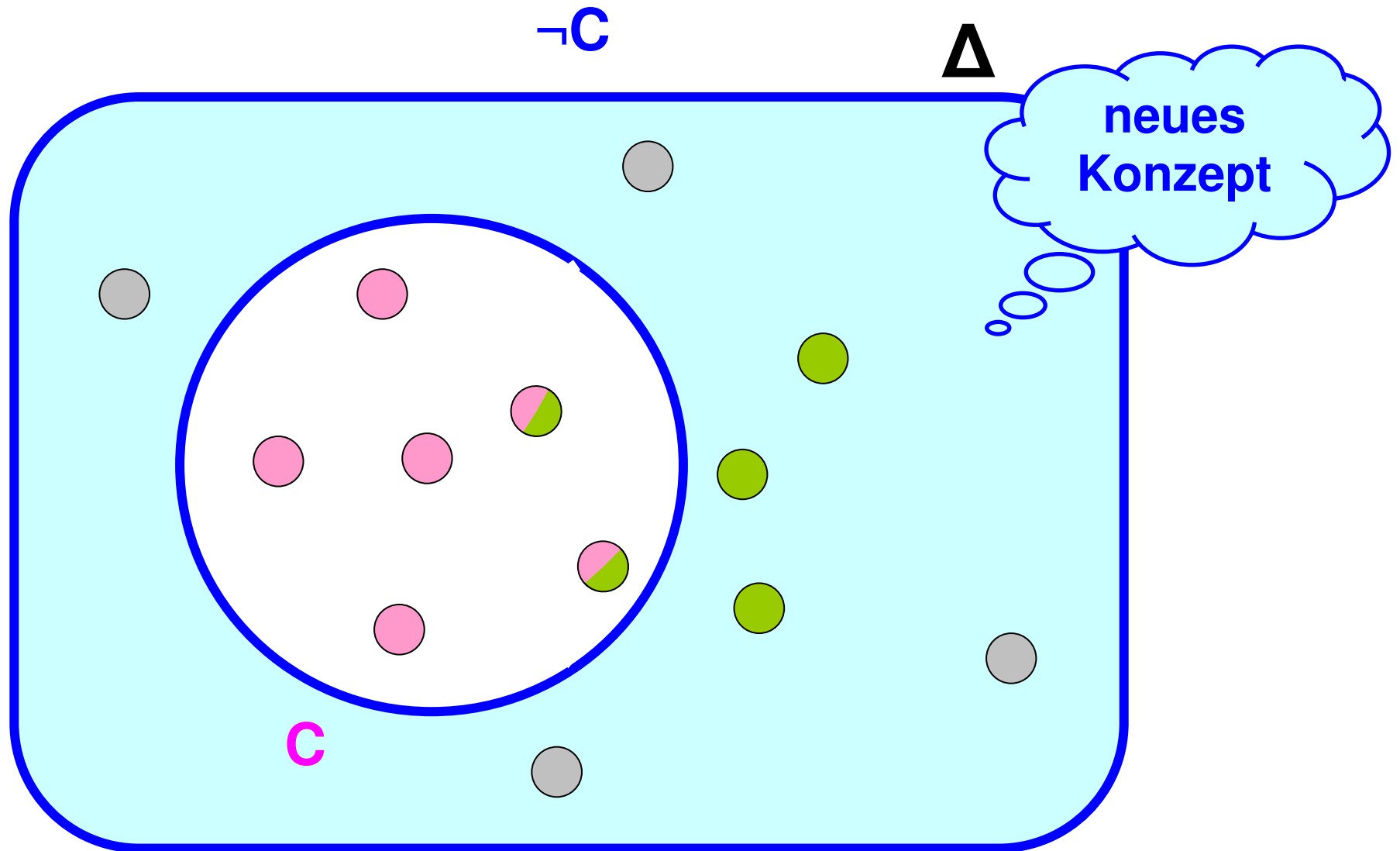
$C \sqcap D$



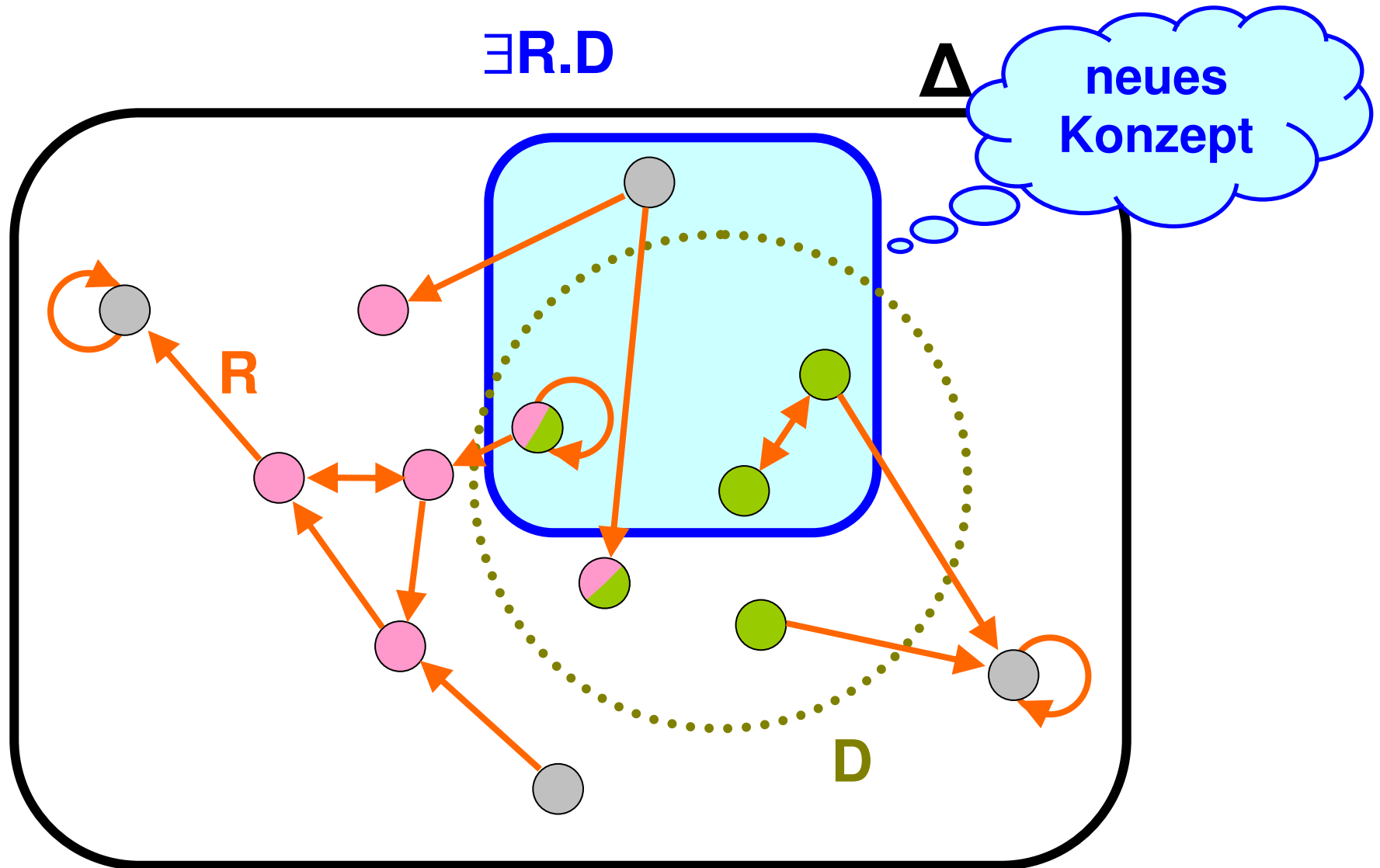
Informelle ALC-Semantik



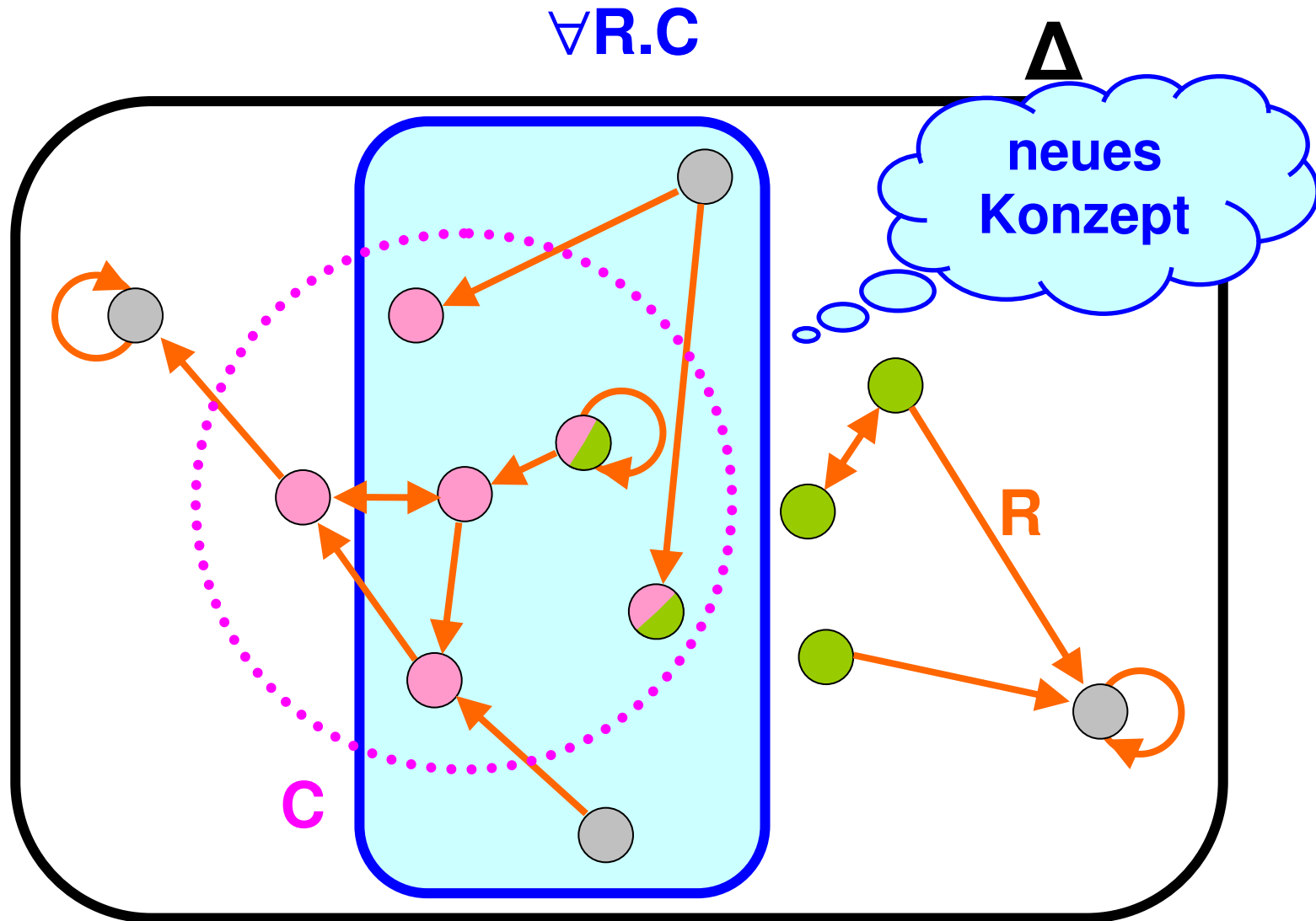
Informelle ALC-Semantik



Informelle ALC-Semantik



Informelle ALC-Semantik



ALC – eine elementare Beschreibungslogik

Attributive Language with Complements

(Es gibt **zahlreiche** Beschreibungslogiken
mit weiteren Fragestellungen, Begriffen und Symbolen)

Syntax von ALC

über einer Menge N_C von **Konzeptnamen**
und einer Menge N_R von **Rollennamen**

- $C \in \{T, \perp\} \cup N_C \quad \Rightarrow \quad C$ ist Konzeptterm
- C, D Konzeptterme und $R \in N_R$
 $\Rightarrow \quad C \sqcap D, \quad C \sqcup D, \quad \neg C, \quad \forall R.C$ und $\exists R.C$
sind auch Konzeptterme.

Semantik von ALC

Eine **ALC-Interpretation** $I = (\Delta^I, \bullet^I, \circ^I)$ besteht aus

- einer nichtleeren Menge Δ^I **Domäne, Grundmenge**
- einer Abbildung $\bullet^I : N_C \rightarrow \mathbf{P}\Delta^I$ Konzeptname $C \mapsto$ Konzept $C^I \subseteq \Delta^I$
- einer Abbildung $\circ^I : N_R \rightarrow \mathbf{P}(\Delta^I \times \Delta^I)$ Rollenname $R \mapsto$ Rolle $R^I \subseteq \Delta^I \times \Delta^I$

wird von den Konzeptnamen aus rekursiv **auf alle Konzeptterme fortgesetzt:**

Sind C, D Konzeptterme, so ist ...

- $\perp^I := \emptyset$ • $\top^I := \Delta^I$ • $(\neg C)^I := \Delta^I \setminus C^I$ *bottom / top / Gegenteil*
- $(C \sqcap D)^I := C^I \cap D^I$ • $(C \sqcup D)^I := C^I \cup D^I$ *beides / mind. eines v.b.*
- $(\exists R.C)^I := \{x \in \Delta^I \mid \exists y : (x, y) \in R^I \wedge y \in C^I\}$
*in Beziehung R zu mindestens einer **C-Instanz***
- $(\forall R.C)^I := \{x \in \Delta^I \mid \forall y : (x, y) \in R^I \rightarrow y \in C^I\}$
*in Beziehung R zu ausschließlich **C-Instanzen***

Semantik-Übung

Wir wählen als **Interpretation** die suggestiv naheliegenden

- **Domäne,**
- **Rollen und**
- **Konzepte**

und bestimmen die **abgeleitete Interpretation** der folgenden **abgeleiteten Konzepte**.

- HierImRaum \sqcap (WohntDA \sqcap Männlich)
- HierImRaum \sqcap (Weiblich \sqcup SpieltMusikinstrument)
- HierImRaum \sqcap (FährtSchi \sqcup SpieltMusikinstrument)
- HierImRaum \sqcap (\exists BefreundetMit.SchwimmtImVerein)
- HierImRaum \sqcap (\forall IstKindVon. (\forall IstKindVon.WohntDA))



Inklusion/Subsumtion

Häufige Fragestellung:

Ist ein Konzept in einem anderen enthalten: $C \sqsubseteq D$?

Erste Möglichkeit:

$C \sqsubseteq D$ explizit **spezifizierbar** (in DL-Variante mit **Konzept-Inklusion**) – nur Interpretationen mit $C' \subseteq D'$ sind dann zulässig.

Zweite Möglichkeit:

$C \sqsubseteq D$ (z.B. aus Axiomen korrekt) **ableitbar** (**Konzept-Subsumtion**) – in allen Interpretationen ist automatisch $C' \subseteq D'$.

Automatische Subsumtionen?

- | | |
|--|---------------------------------------|
| • $\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich}$ | Erwachsen |
| • Männlich | $\forall \text{HatAlsKind.Männlich}$ |
| • $\forall \text{HatAlsKind.}(\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich})$ | $\forall \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |
| • $\forall \text{HatAlsKind.}(\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich})$ | $\exists \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |
| • $(\forall \text{HatAlsKind.Erwachsen}) \sqcap \exists \text{HatAlsKind.T}$ | $\exists \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |

Automatische Subsumtionen?

- | | |
|--|---|
| • $\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich}$ | \sqsubseteq Erwachsen |
| • Männlich | $\not\sqsubseteq$ $\forall \text{HatAlsKind.Männlich}$ |
| • $\forall \text{HatAlsKind.}(\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich})$ | \sqsubseteq $\forall \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |
| • $\forall \text{HatAlsKind.}(\text{Erwachsen} \sqcap \text{Männlich})$ | $\not\sqsubseteq$ $\exists \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |
| • $(\forall \text{HatAlsKind.Erwachsen}) \sqcap \exists \text{HatAlsKind.T}$ | \sqsubseteq $\exists \text{HatAlsKind.Erwachsen}$ |

Wissensbanken in ALC (1)

Eine **T-Box** (*terminological box*) ist eine endliche Menge von

- Konzeptdefinitionen (z.B. $C := \exists R.D$) und
- Konzeptinklusionen (z.B. $C \sqsubseteq D$).

Eine **T-Box** enthält das allgemeine Wissen über die Domäne, Konzepte, Rollen, das strukturelle, terminologische Wissen.

Wissensbanken in ALC (2)

Eine **Konzeptzuordnung** hat die Form $C(a)$, wobei

- a ein Individuenname und
- C ein Konzeptname ist.

Eine **Rollenzuordnung** hat die Form $R(a,b)$, wobei

- a,b Individuennamen sind und
- R ein Rollenname ist.

Eine **A-Box** (*assertional box*) ist eine endliche Menge von

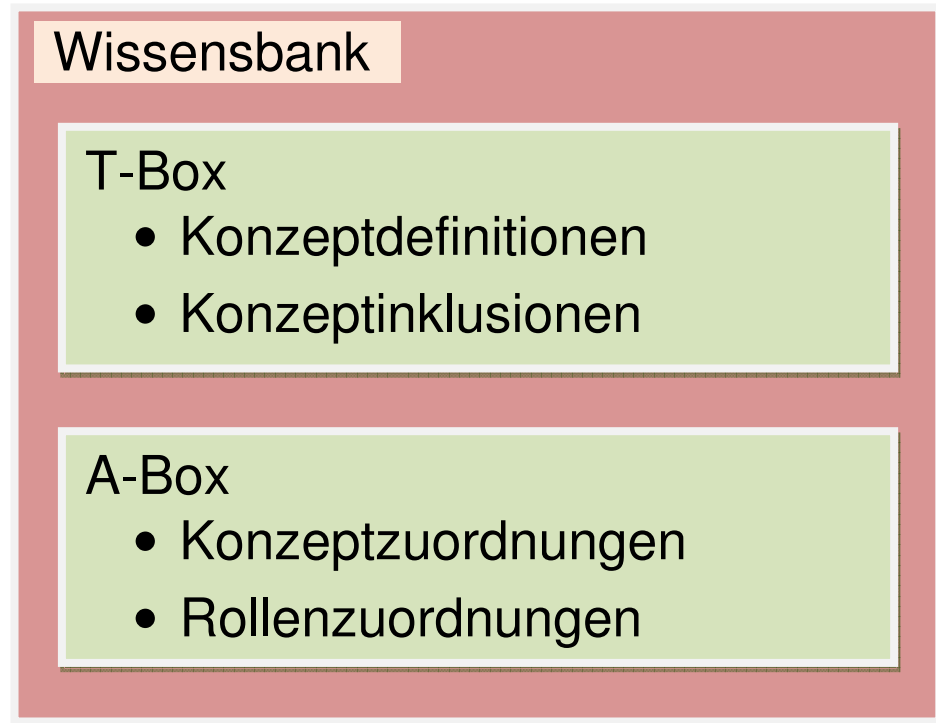
- Konzeptzuordnungen und
- Rollenzuordnungen.

Eine **A-Box** enthält das Wissen über Konzepte und Rollenbeziehungen von Individuen und repräsentiert den Zustand der modellierten Welt.

Wissensbanken in ALC (3)

Eine **Wissensbank** ist ein Paar (T,A) , bestehend aus einer

- A-Box A und einer
- T-Box T .



Entscheidungsprobleme

- Konzeptzugehörigkeit

$C(a)$

Gehört a zum Konzept C ?

- Rollenüberprüfung

$R(a,b)$

Gehört (a,b) zur Rolle R ?

- Subsumtion

$C \sqsubseteq D$

Gehören alle zum Konzept C gehörenden Individuen zum Konzept D ?

- Erfüllbarkeit

Ist C nichtleer interpretierbar?

