

Automatenminimierung: Vorbemerkung 1/3

Verfahren zur

Minimierung eines (deterministischen) Automaten

basieren auf den beiden anfänglichen (0-Schritt)-Äquivalenzklassen, die aus den

- akzeptierenden bzw. den
- nicht-akzeptierenden

Zuständen bestehen.

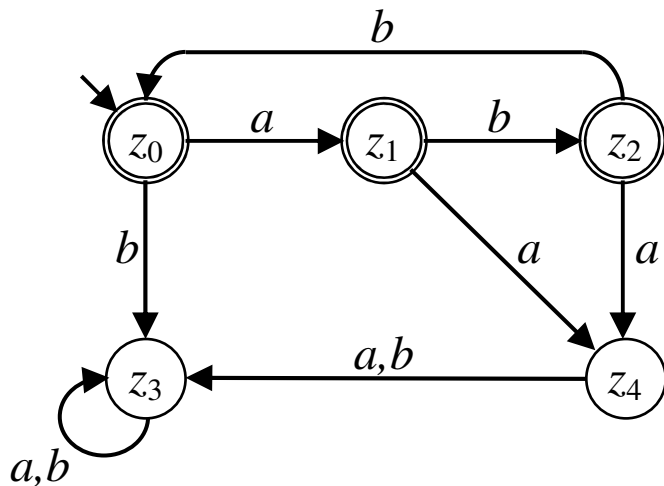
Anschließend geht es um die Aufspaltung der n -Schritt-Äquivalenzklassen in $(n+1)$ -Schritt-Äquivalenzklassen und zwar so lange, bis sich erstmals nichts mehr ändert.

Im Wesentlichen werden hierbei zwei Methoden verwendet.

Automatenminimierung: Vorbemerkung 2/3

Wenig Schreibaufwand erfordert die **Methode 1**, deren **tabellarisches Zwischenergebnis** so aussieht (oder je nach Variante ähnlich, z.B. mit genaueren Angaben anstelle von X):

gegeben:



berechnet:

	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
z_0					
z_1	X				
z_2	X	X			
z_3	X	X	X		
z_4	X	X	X		

Automatenminimierung: Vorbemerkung 3/3

Der **Nachteil von Methode 1** ist, dass bei ihrer manuellen Anwendung so viele Schritte **im Kopf** durchzuführen sind, dass dabei **sehr häufig Fehler** gemacht werden!

Daher wird hier

- sowohl die **Methode 1** (einschließlich einer von ihren vielen kursierenden Varianten, **Methode 1a**, bei der anstelle des Kreuzes notiert wird, **nach welchem Zeichen** man auf zwei bereits als nicht äquivalent bekannte Zustände trifft.)
- als auch eine ausführlichere **Methode 2** vorgeführt.

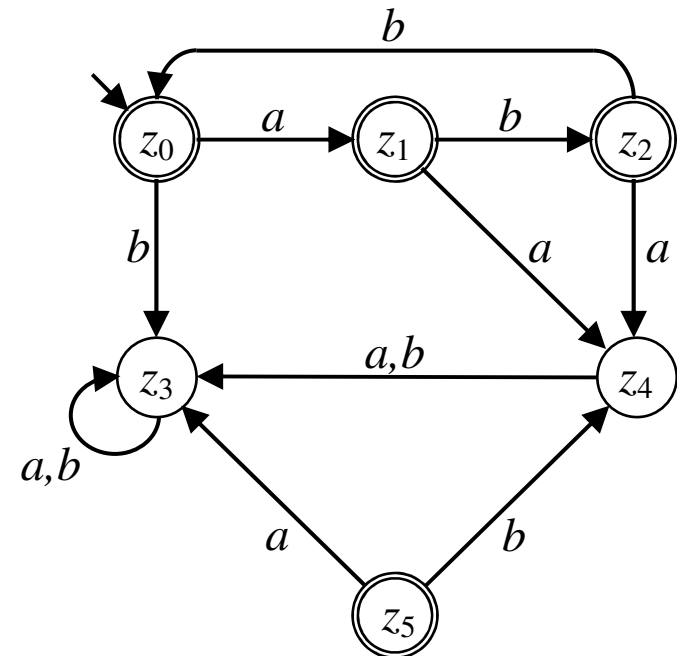
Der erste Schritt ist allen gemeinsam: ...

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a&2

Schritt 0:
Unerreichbare Zustände

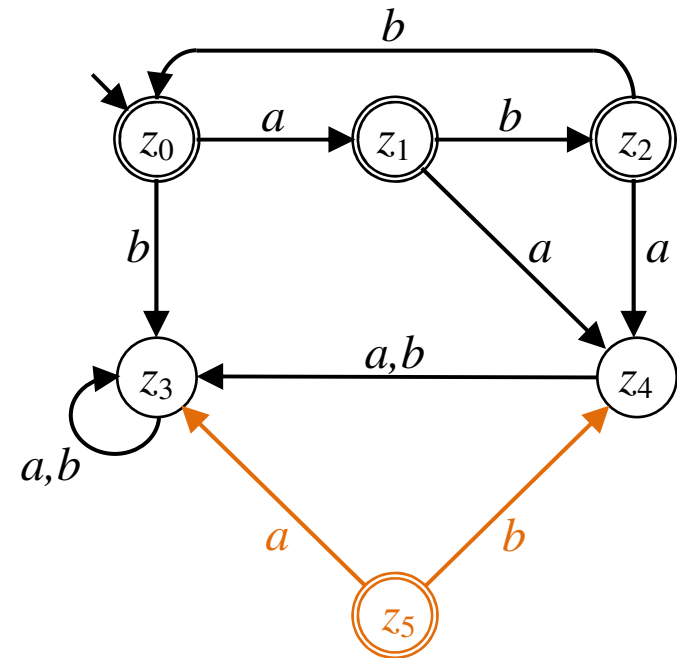
werden gestrichen.



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a&2

Schritt 0:
Unerreichbare Zustände
(braun)
werden gestrichen.

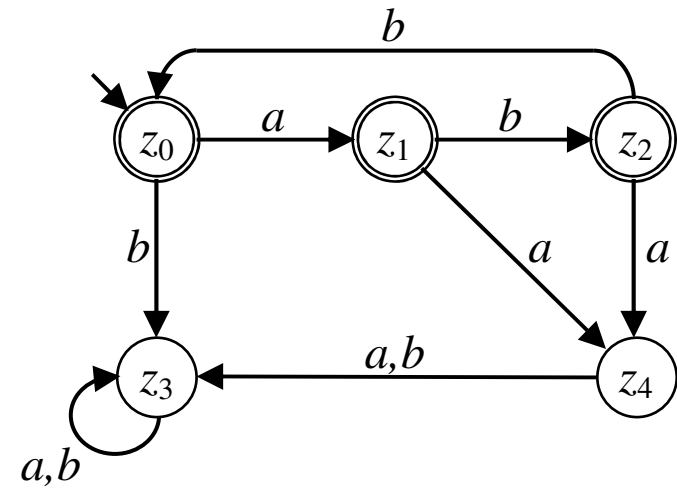


Automatenminimierung: „Cartoon“

Weiter für ...

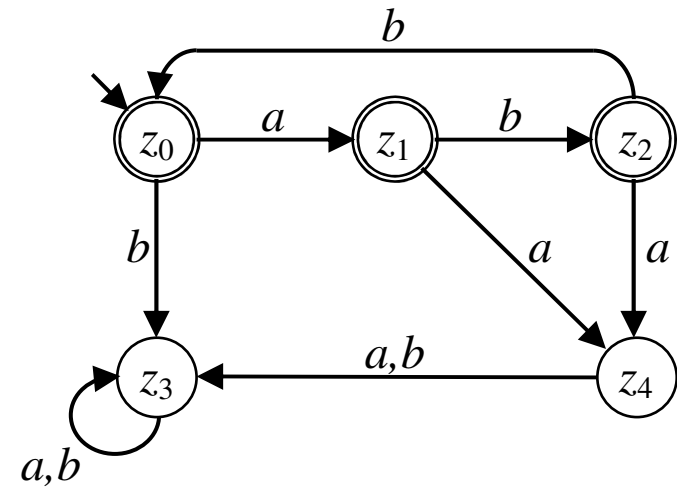
Methode 1/1a: nächste Seite

Methode 2: Seite 48



Automatenminimierung: „Cartoon“

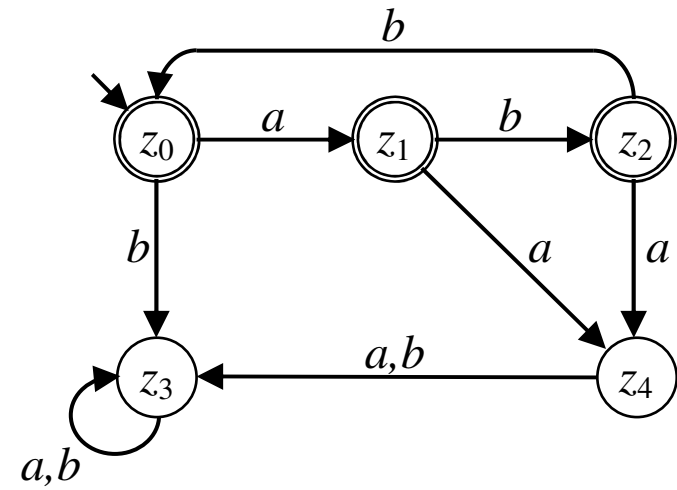
Methode 1&1a



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)



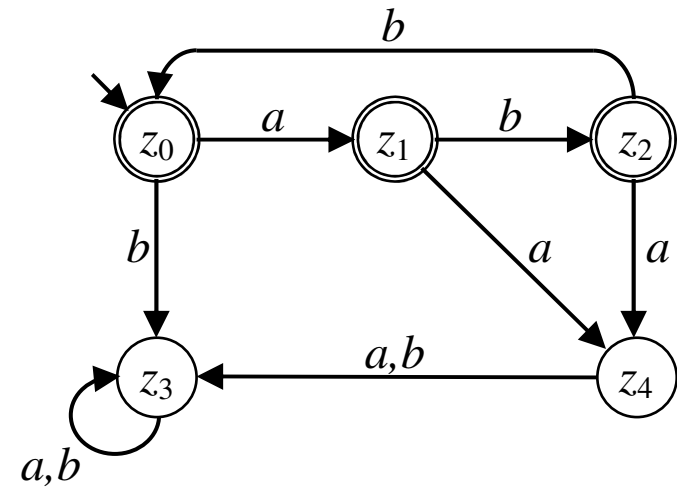
Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)

Vorüberlegung:

Das geht leicht mit der rechten oberen ($i < k$) oder der linken unteren ($i > k$) **Dreiecksmatrix** einer Matrix mit einer Spalte und einer Zeile pro Zustand.



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)

Vorüberlegung:

z_0 z_1 z_2 z_3 z_4

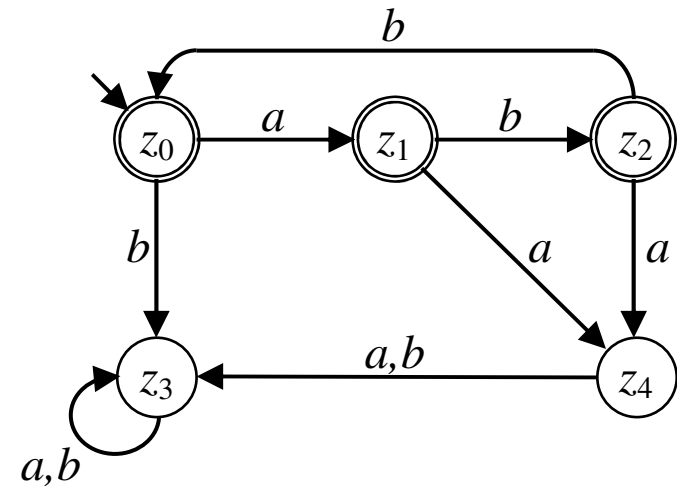
z_0

z_1

z_2

z_3

z_4

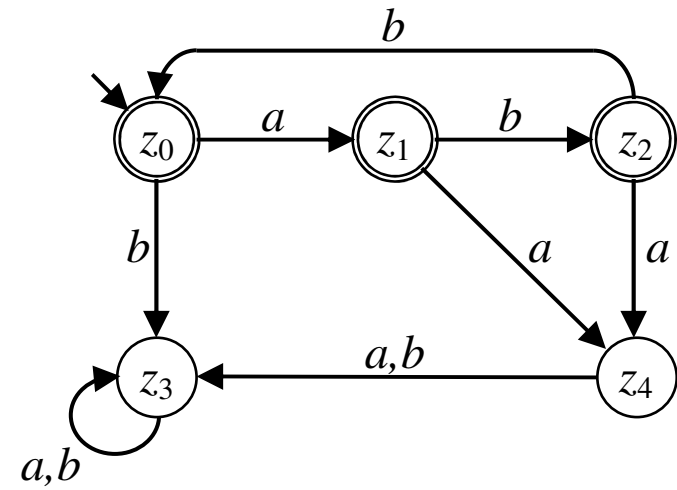
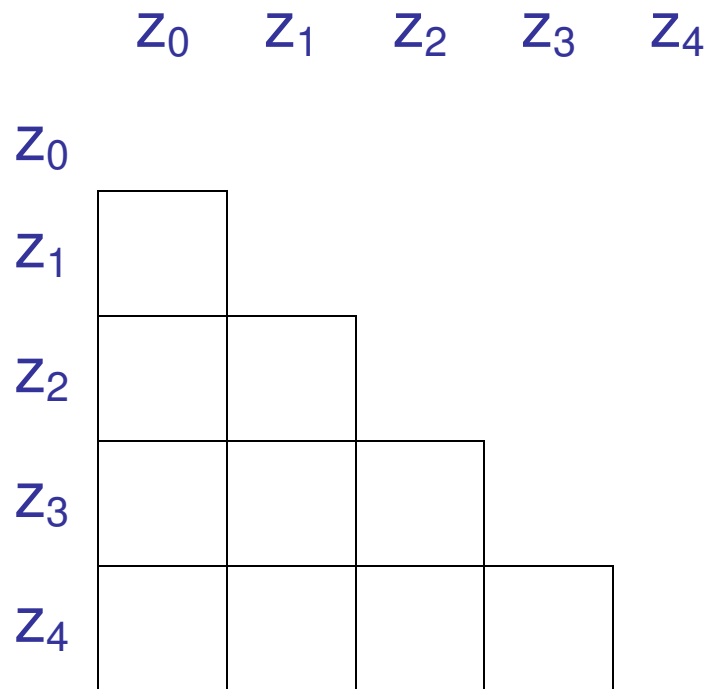


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1&1a

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)

Vorüberlegung:



Automatenminimierung: „Cartoon“

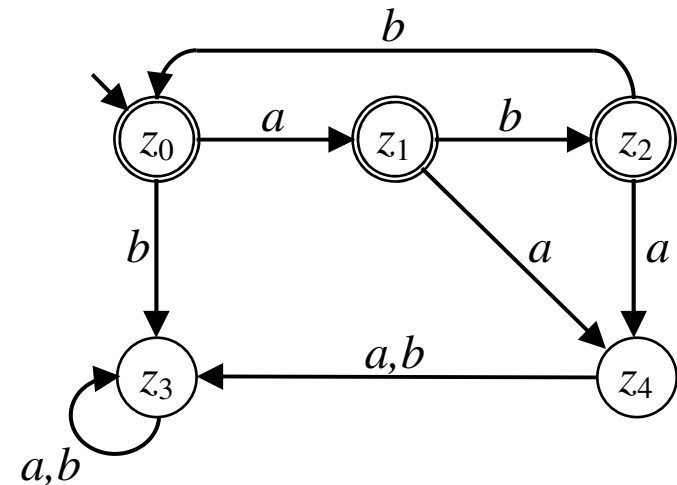
Methode 1&1a

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)

Vorüberlegung:

	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4
z_0					
z_1					
z_2					
z_3					
z_4					

An orange arrow on the left side of the table points from the z_0 row to the z_4 row, indicating the direction of the minimization process.



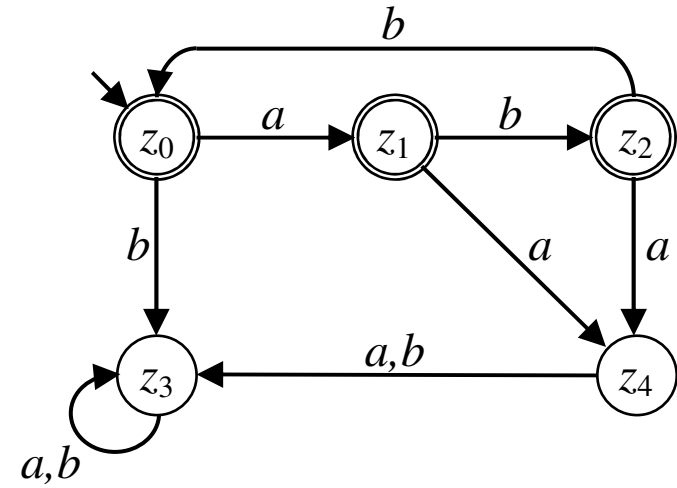
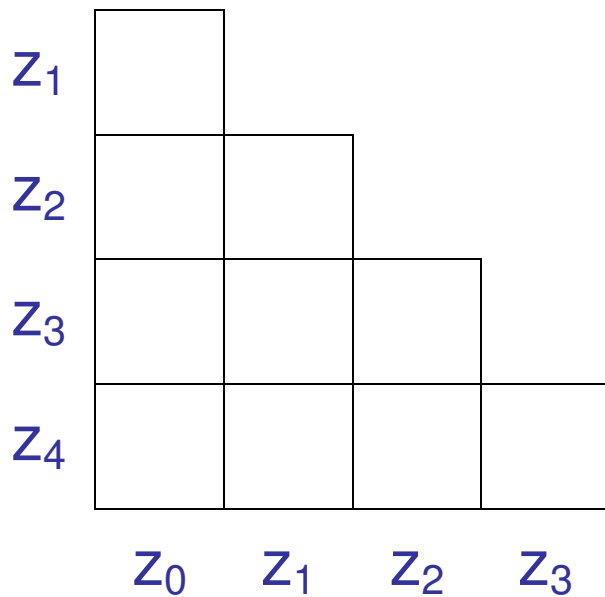
überflüssige
Zeile und Spalte
weglassen

Beschriftung an die
längere Seite

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 1: Zeichne ein Feld pro Zweiermenge $\{z_i, z_k\}$ (natürlich mit $i \neq k$!)



Weiter für ...

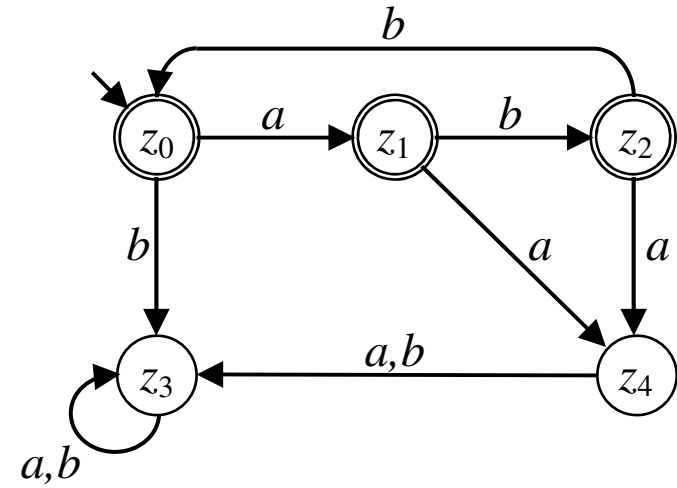
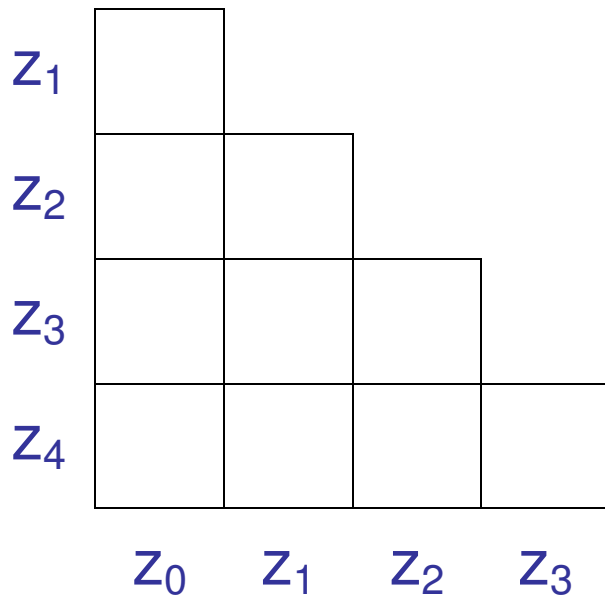
Methode 1: nächste Seite

Methode 1a: Seite 31

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ an, bei dem **einer** der beiden Zustände Endzustand ist, der **andere nicht**.

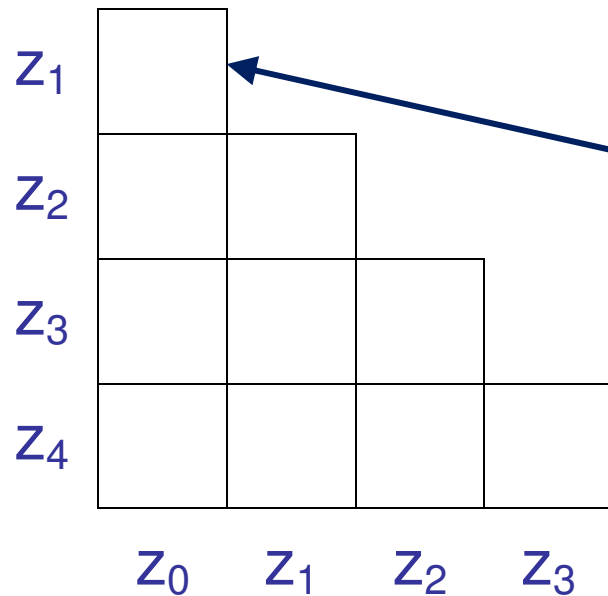


Automatenminimierung: „Cartoon“

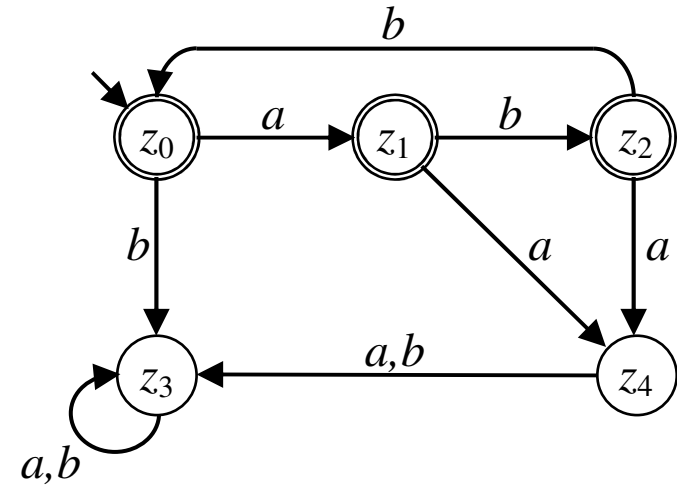
Methode 1

Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ an, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise



$z_1 \in E, z_0 \in E \Rightarrow$ kein Kreuz

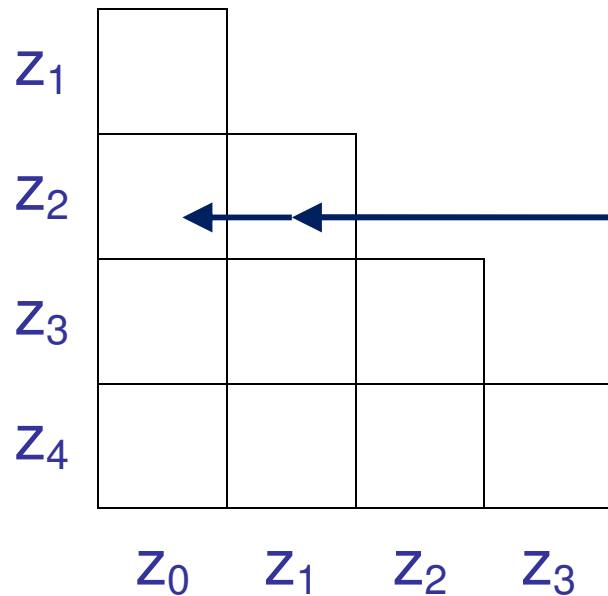


Automatenminimierung: „Cartoon“

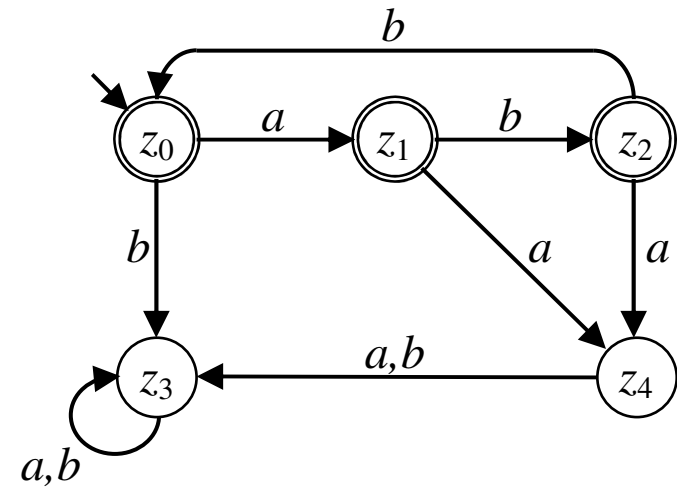
Methode 1

Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{ z_i, z_k \}$ an, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise



dito in Zeile z_2 kein Kreuz

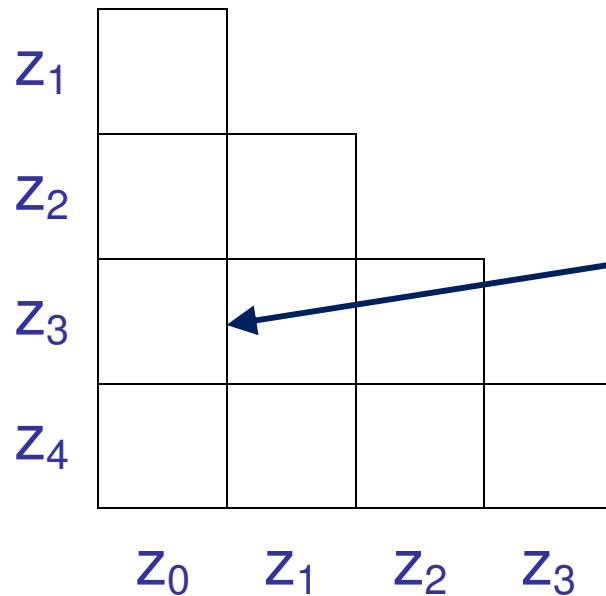


Automatenminimierung: „Cartoon“

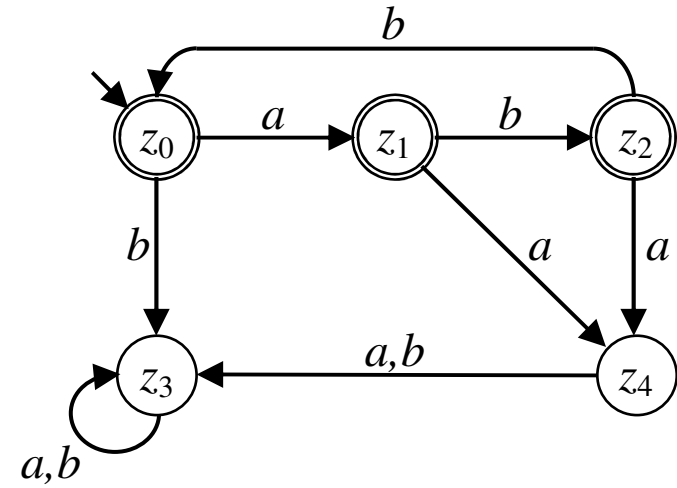
Methode 1

Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{ z_i, z_k \}$ an, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise



$z_3 \notin E, z_0 \in E \Rightarrow$ ein Kreuz



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

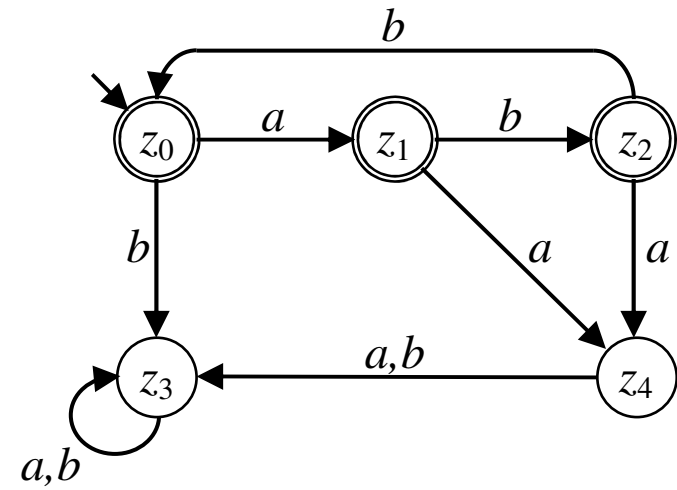
Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ an, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise

z_1				
z_2				
z_3	X			
z_4				
	z_0	z_1	z_2	z_3

$z_3 \notin E, z_0 \in E \Rightarrow$ ein Kreuz

USW.



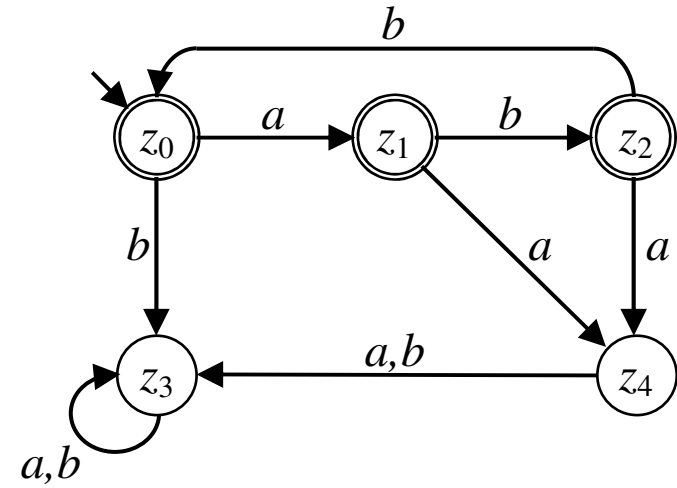
Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 2: Kreuze jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ an, bei dem **einer** der beiden Zustände **Endzustand** ist, der **andere nicht**.

z.B. zeilenweise – **insgesamt:**

z_1				
z_2				
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

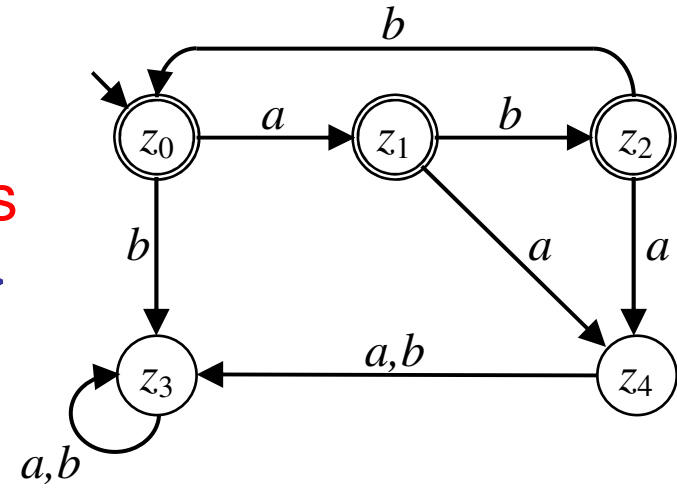


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.

z_1				
z_2				
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

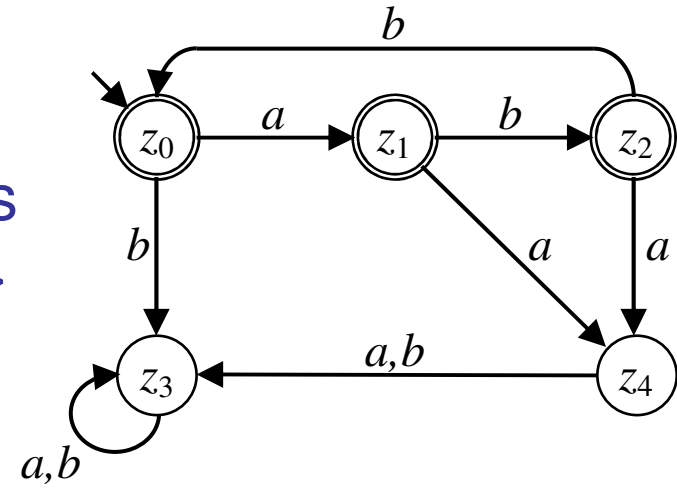


$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.



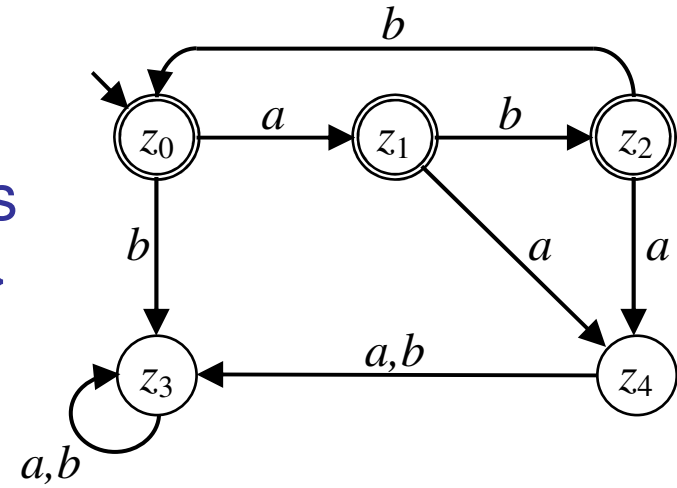
z_1	×			
z_2				
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.



z_1	×			
z_2				
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

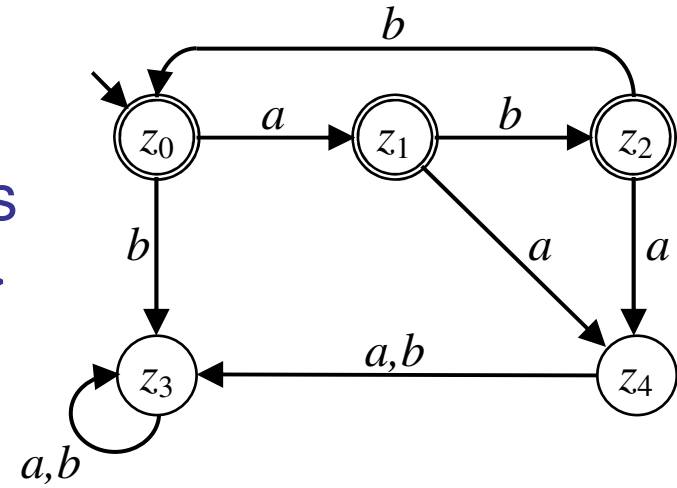
$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.



z_1	×			
z_2	×			
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

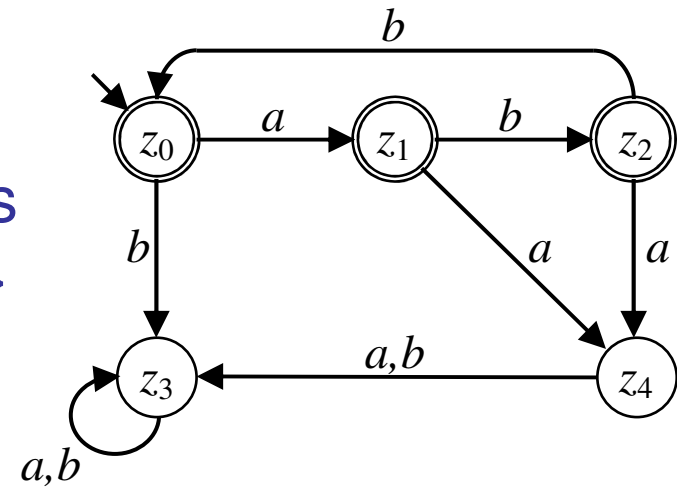
$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.



z_1	×			
z_2	×			
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

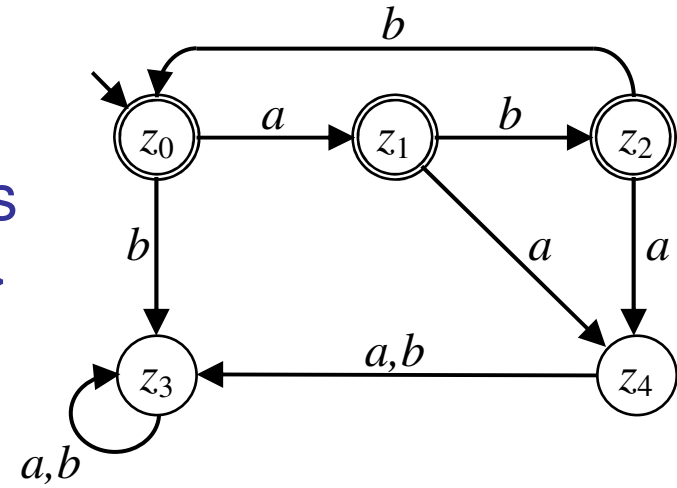
$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_1, a)\} = \{z_4, z_4\} - \text{ex. nicht}$$

$$\{\delta(z_2, b), \delta(z_1, b)\} = \{z_0, z_2\} \Rightarrow \times$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.



z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_1, a)\} = \{z_4, z_4\} - \text{ex. nicht}$$

$$\{\delta(z_2, b), \delta(z_1, b)\} = \{z_0, z_2\} \Rightarrow \times$$

$$\{\delta(z_4, a), \delta(z_3, a)\} = \{z_3, z_3\} - \text{ex. nicht}$$

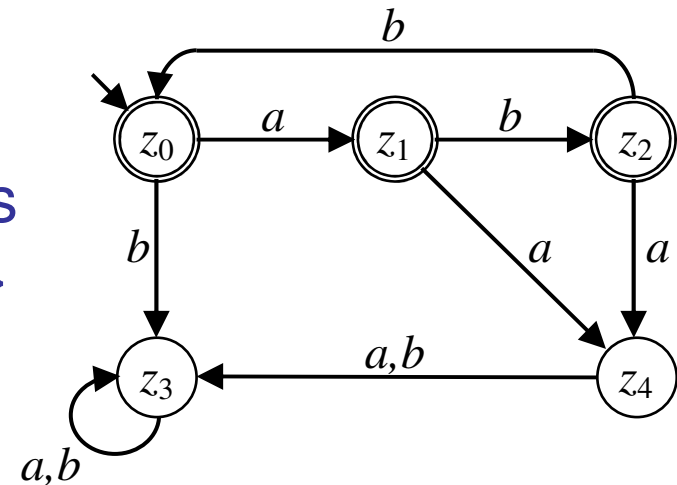
$$\{\delta(z_4, b), \delta(z_3, b)\} = \{z_3, z_3\} - \text{ex. nicht}$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3



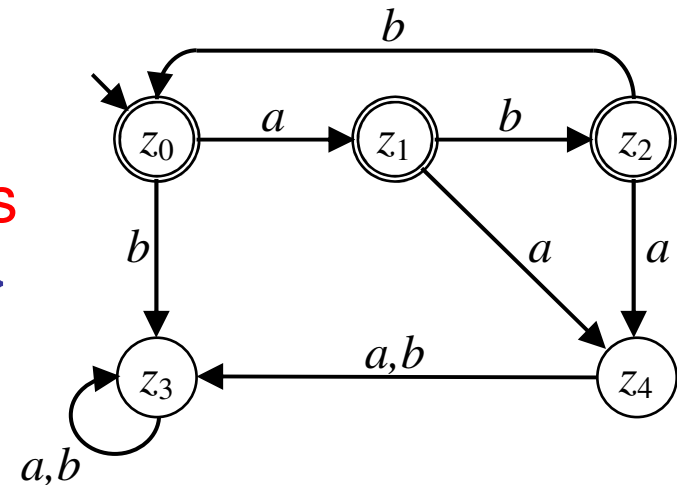
Schritt 3.i hat **neue Kreuze** gebracht.
Also nochmal Schritt 3,
zweite Runde: **3.ii.**

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.ii: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3



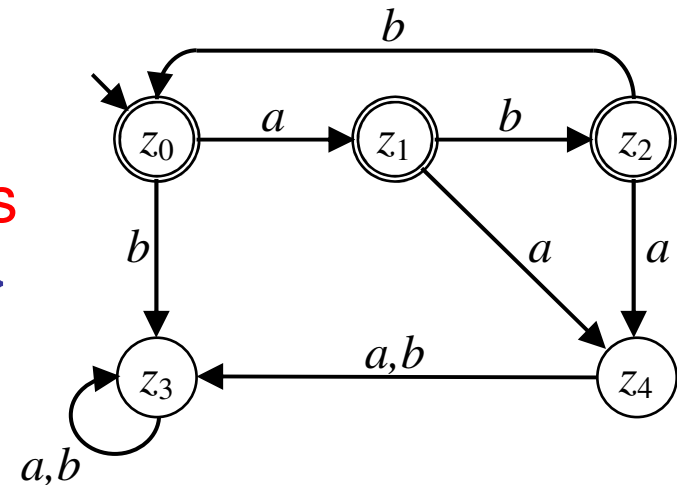
$\{\delta(z_4, a), \delta(z_3, a)\} = \{z_3, z_3\}$ – ex. nicht
 $\{\delta(z_4, b), \delta(z_3, b)\} = \{z_3, z_3\}$ – ex. nicht

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 3.ii: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & kreuze an, wenn für mind. eines der Symbole $s \in \Sigma$ das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und angekreuzt ist.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3



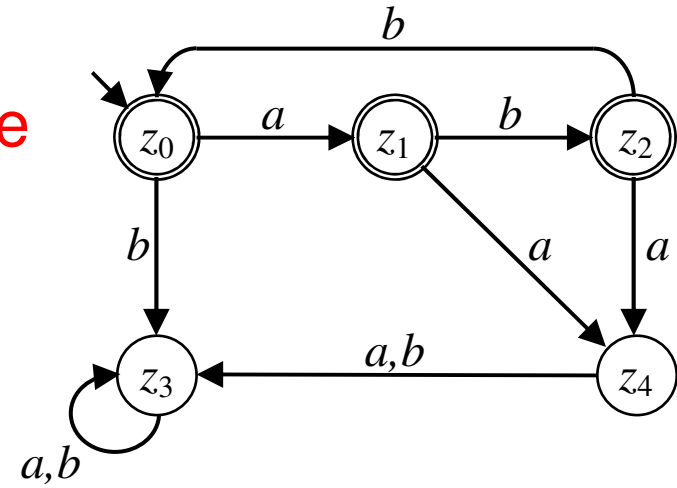
Schritt 3.ii hat keine neuen Kreuze gebracht. Also jetzt zu Schritt 4.

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 4: Ziehe die äquivalenten Zustände z_i, z_k – erkennbar am fehlenden Kreuz – jeweils zu einem Zustand zusammen.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

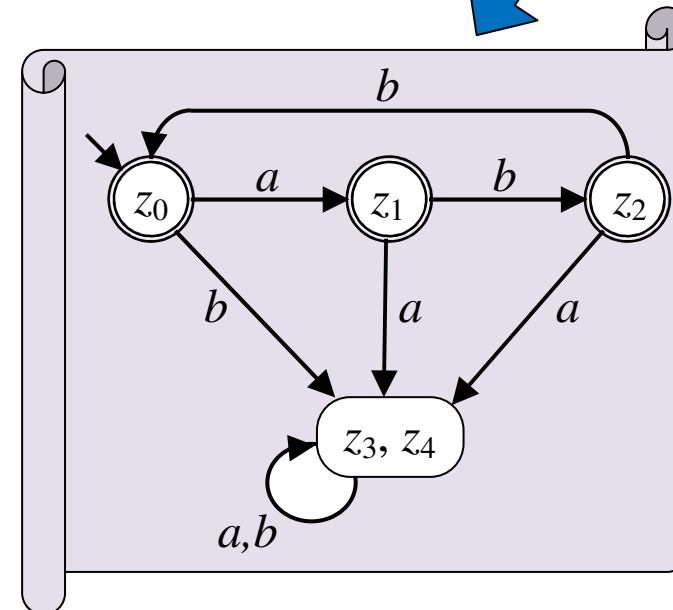
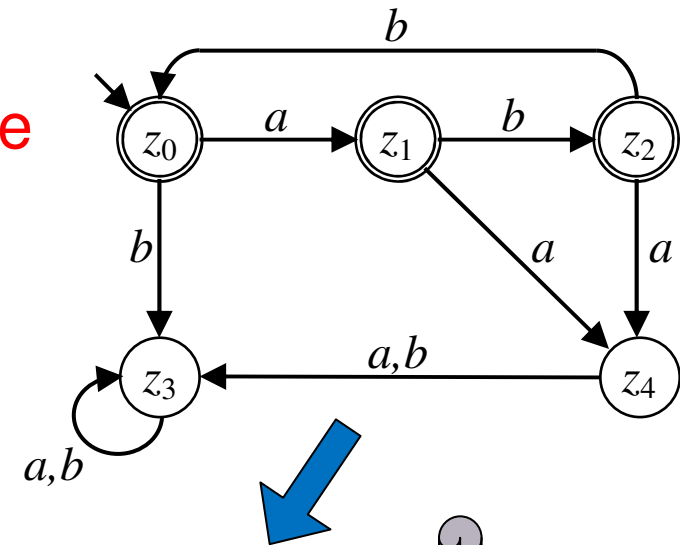


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1

Schritt 4: Ziehe die äquivalenten Zustände z_i, z_k – erkennbar am fehlenden Kreuz – jeweils zu einem Zustand zusammen.

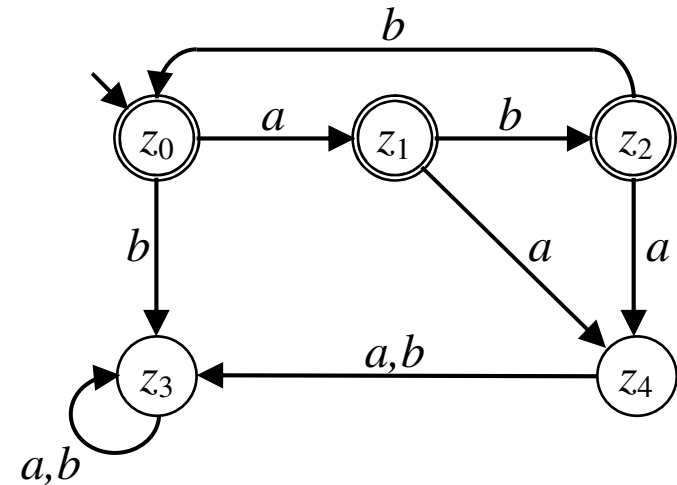
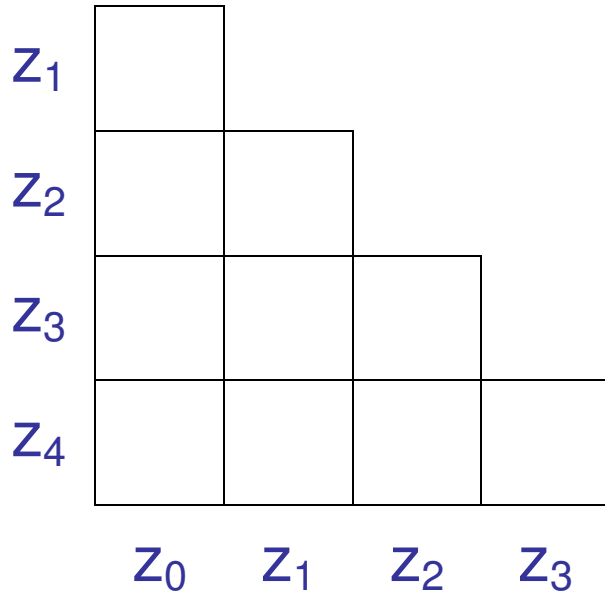
z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 2: Trage ϵ in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem **einer** der beiden Zustände **Endzustand** ist, der **andere nicht**.



Automatenminimierung: „Cartoon“

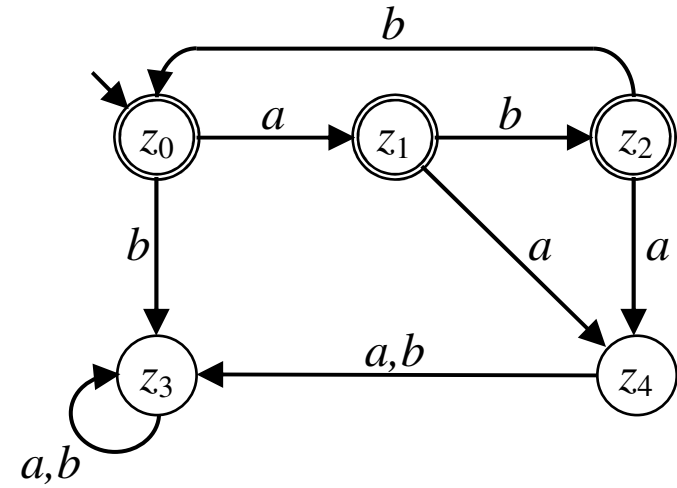
Methode 1a

Schritt 2: Trage ε in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise

z_1				
z_2				
z_3				
z_4				
	z_0	z_1	z_2	z_3

$z_1 \in E, z_0 \in E \Rightarrow$ kein ε



Automatenminimierung: „Cartoon“

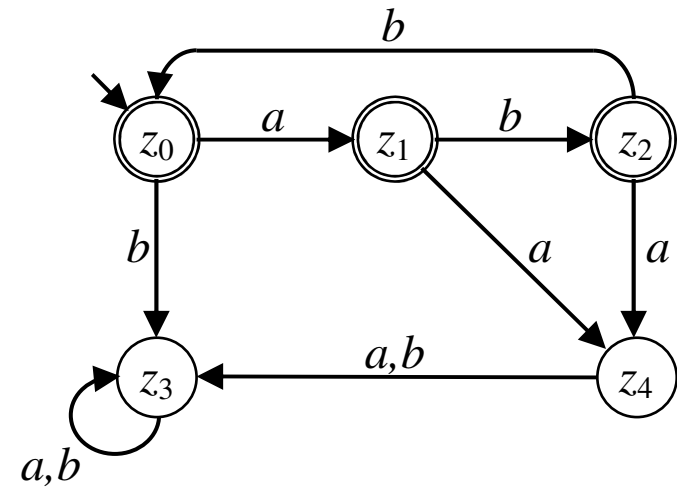
Methode 1a

Schritt 2: Trage ε in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise

z_1				
z_2				
z_3				
z_4				
	z_0	z_1	z_2	z_3

dito in Zeile z_2 kein ε



Automatenminimierung: „Cartoon“

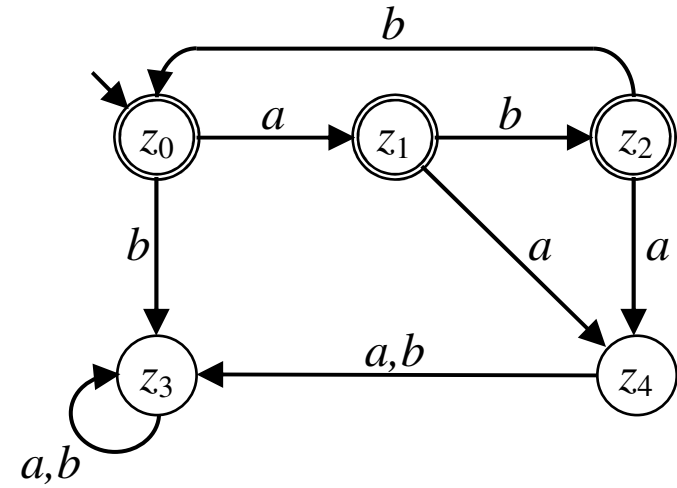
Methode 1

Schritt 2: Trage ε in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise

z_1				
z_2				
z_3				
z_4				
	z_0	z_1	z_2	z_3

$z_3 \notin E, z_0 \in E \Rightarrow$ ein ε



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

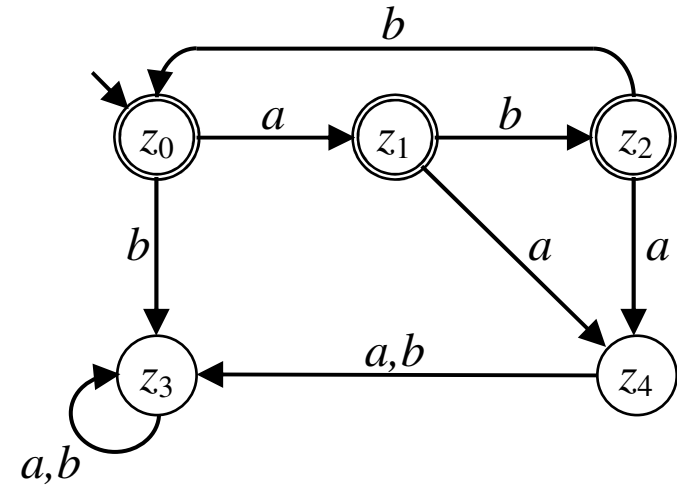
Schritt 2: Trage ε in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem einer der beiden Zustände Endzustand ist, der andere nicht.

z.B. zeilenweise

z_1				
z_2				
z_3	ε			
z_4				
	z_0	z_1	z_2	z_3

$z_3 \notin E, z_0 \in E \Rightarrow$ ein ε

USW.



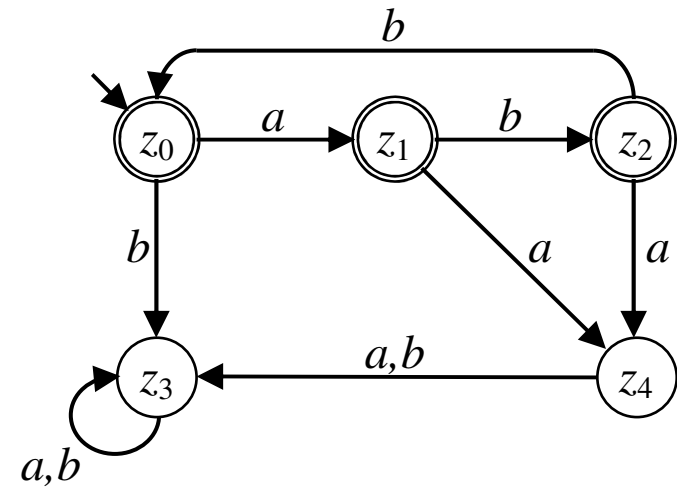
Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 2: Trage ϵ in jedes Feld $\{z_i, z_k\}$ ein, bei dem **einer** der beiden Zustände **Endzustand** ist, der **andere nicht**.

z.B. zeilenweise – **insgesamt**:

z_1				
z_2				
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3



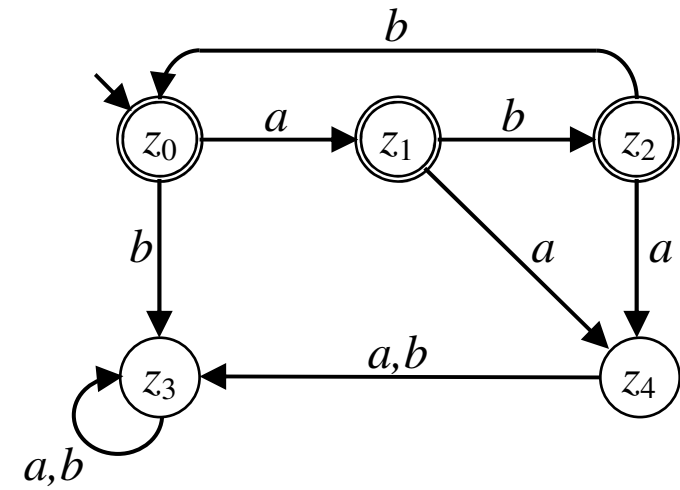
Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.

z_1				
z_2				
z_3	ϵ		ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

A red arrow with the letter 'a' points from the cell at row z_1 , column z_1 down to the cell at row z_4 , column z_1 .

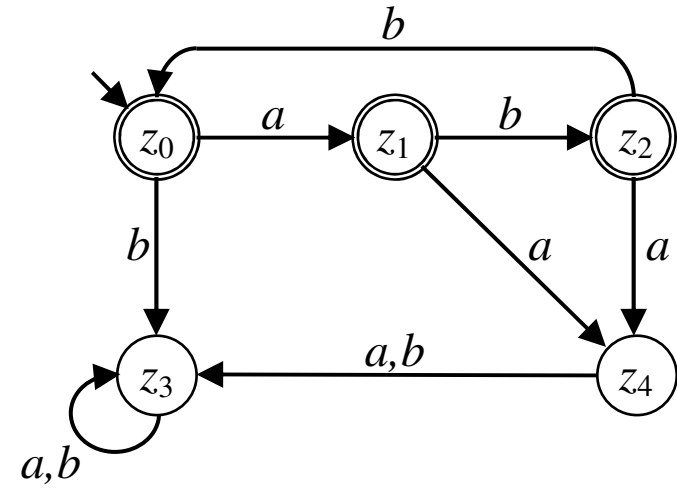


$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow a$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



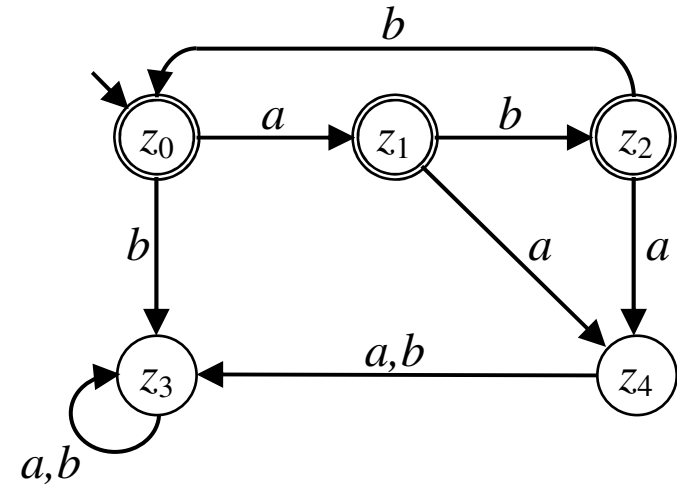
z_1	a			
z_2				
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



z_1	a			
z_2				
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

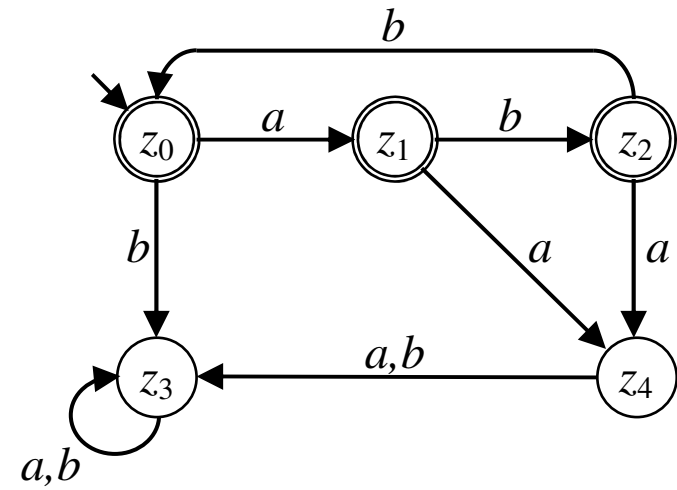
$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow a$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow a$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



z_1	a			
z_2	a			
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

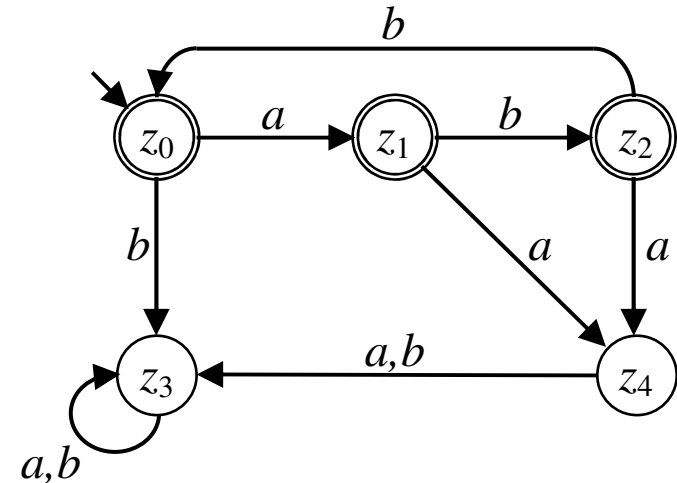
$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



z_1	a			
z_2	a			
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

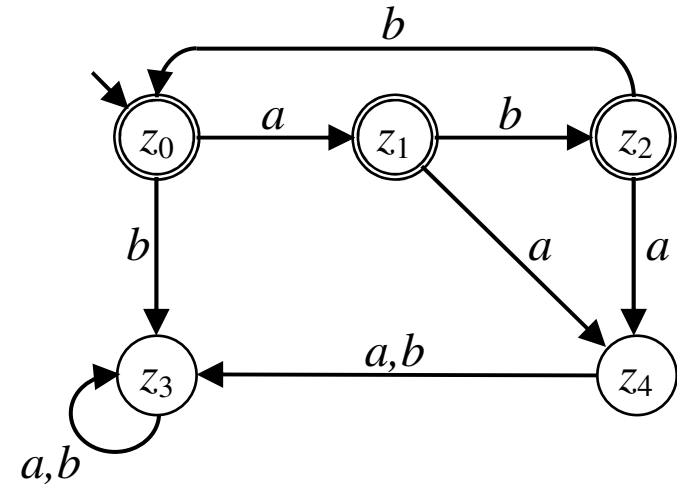
$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_1, a)\} = \{z_4, z_4\} - \text{ex. nicht}$$

$$\{\delta(z_2, b), \delta(z_1, b)\} = \{z_0, z_2\} \Rightarrow \mathbf{b}$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



z_1	a			
z_2	a	b		
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

$$\{\delta(z_1, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_0, a)\} = \{z_4, z_1\} \Rightarrow \mathbf{a}$$

$$\{\delta(z_2, a), \delta(z_1, a)\} = \{z_4, z_4\} - \text{ex. nicht}$$

$$\{\delta(z_2, b), \delta(z_1, b)\} = \{z_0, z_2\} \Rightarrow \mathbf{b}$$

$$\{\delta(z_4, a), \delta(z_3, a)\} = \{z_3, z_3\} - \text{ex. nicht}$$

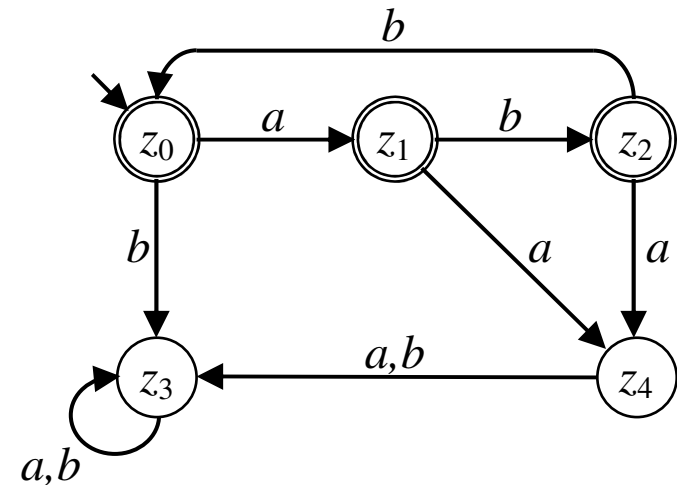
$$\{\delta(z_4, b), \delta(z_3, b)\} = \{z_3, z_3\} - \text{ex. nicht}$$

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.

z_1	a			
z_2	a	b		
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

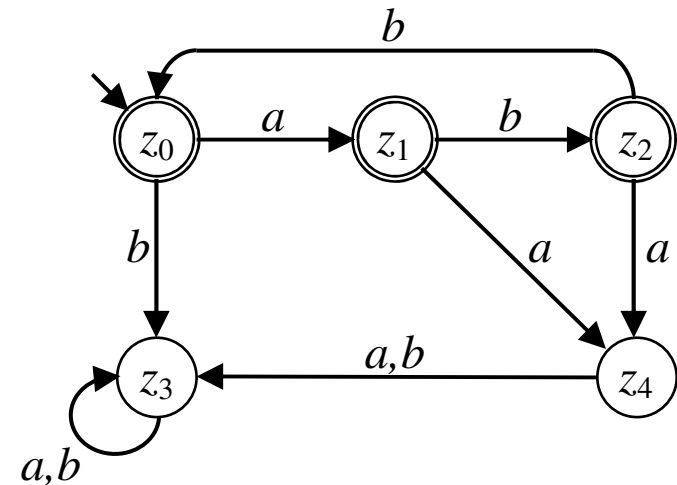


Schritt 3.i hat **neue Einträge** gebracht. Also nochmal Schritt 3, zweite Runde: **3.ii.**

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.ii: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.



z_1	a			
z_2	a	b		
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3

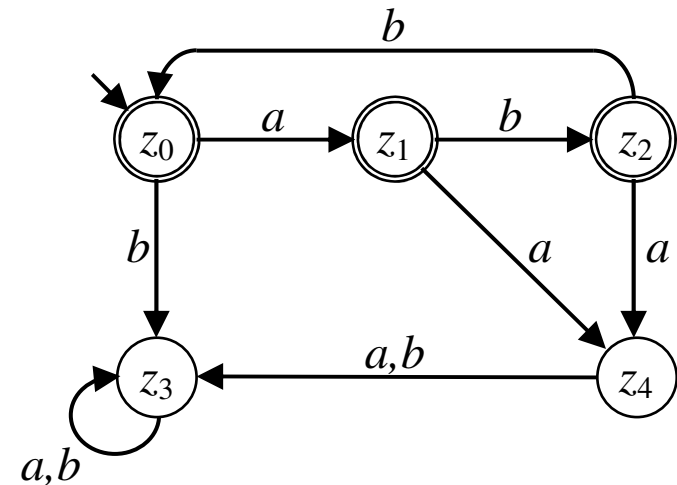
$\{\delta(z_4, a), \delta(z_3, a)\} = \{z_3, z_3\}$ – ex. nicht
 $\{\delta(z_4, b), \delta(z_3, b)\} = \{z_3, z_3\}$ – ex. nicht

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 3.i: Durchlaufe die leeren Felder $\{z_i, z_k\}$ & trage ein $s \in \Sigma$ ein, für welches das Feld $\{\delta(z_i, s), \delta(z_k, s)\}$ existiert und dort etwas eingetragen ist.

z_1	a			
z_2	a	b		
z_3	ϵ	ϵ	ϵ	
z_4	ϵ	ϵ	ϵ	
	z_0	z_1	z_2	z_3



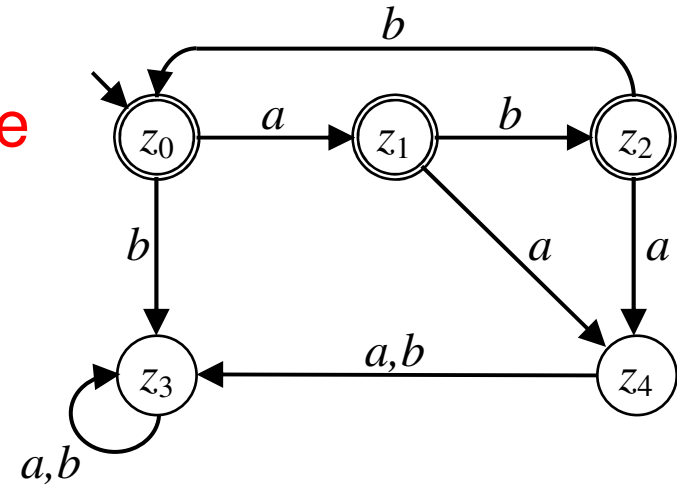
Schritt 3.ii hat **keine neuen** Einträge gebracht. Also jetzt zu **Schritt 4**.

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

Schritt 4: Ziehe die äquivalenten Zustände z_i, z_k – erkennbar am **leeren Feld** – jeweils zu einem Zustand zusammen.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3

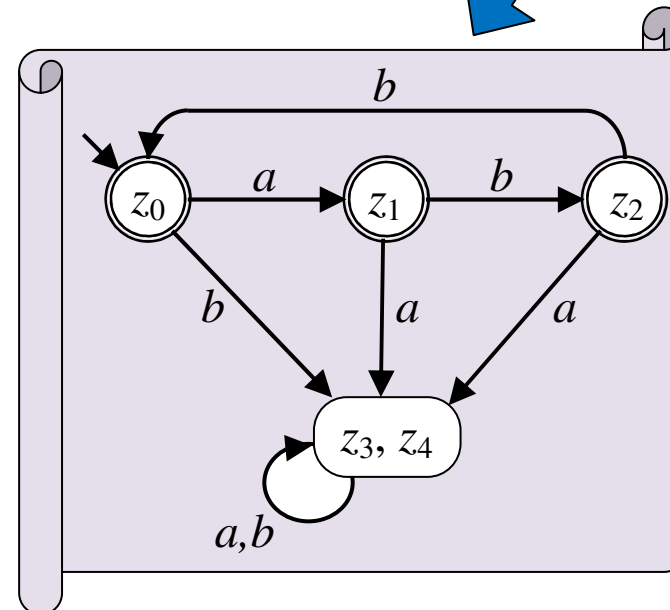
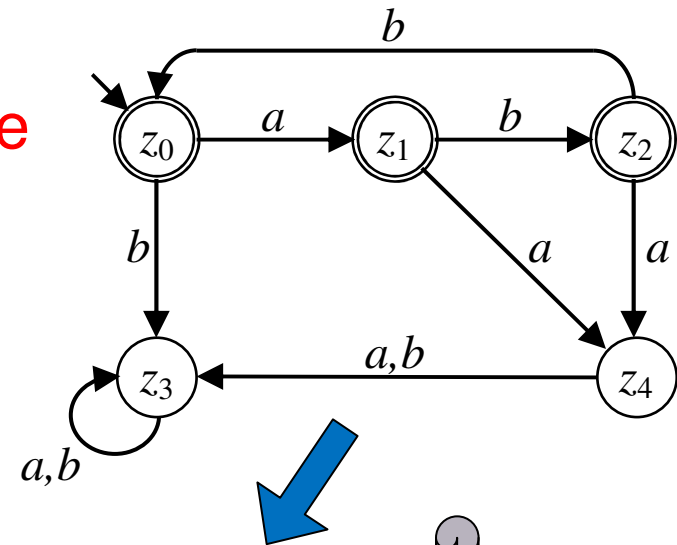


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 1a

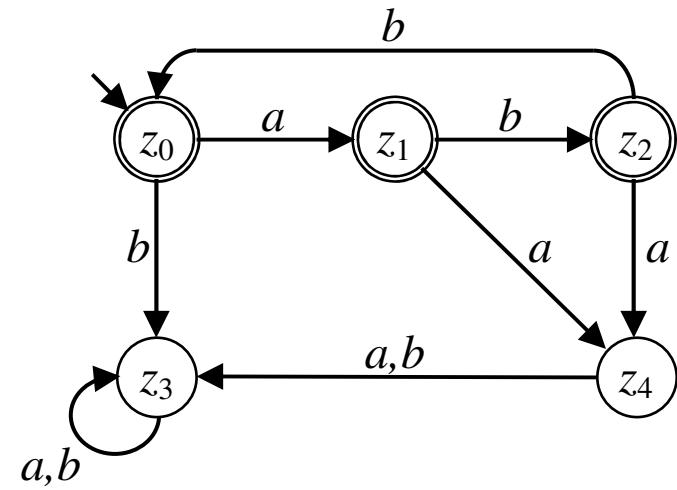
Schritt 4: Ziehe die äquivalenten Zustände z_i, z_k – erkennbar am **leeren Feld** – jeweils zu einem Zustand zusammen.

z_1	×			
z_2	×	×		
z_3	×	×	×	
z_4	×	×	×	
	z_0	z_1	z_2	z_3



Automatenminimierung: „Cartoon“

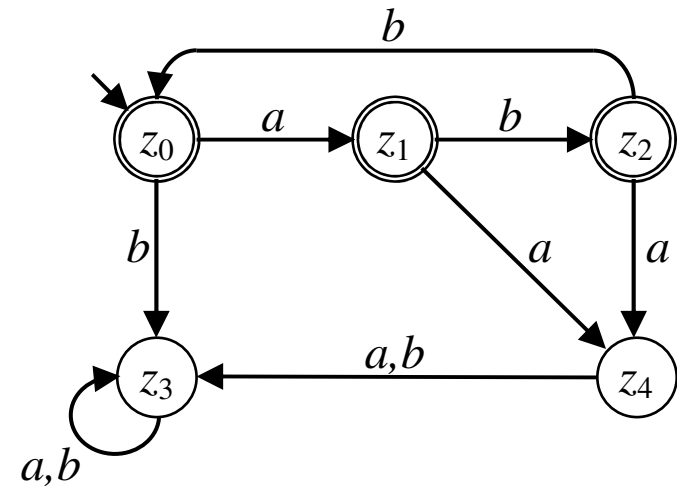
Methode 2



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

0. Leere Zustandsübergangstabelle mit **Extraspalte**

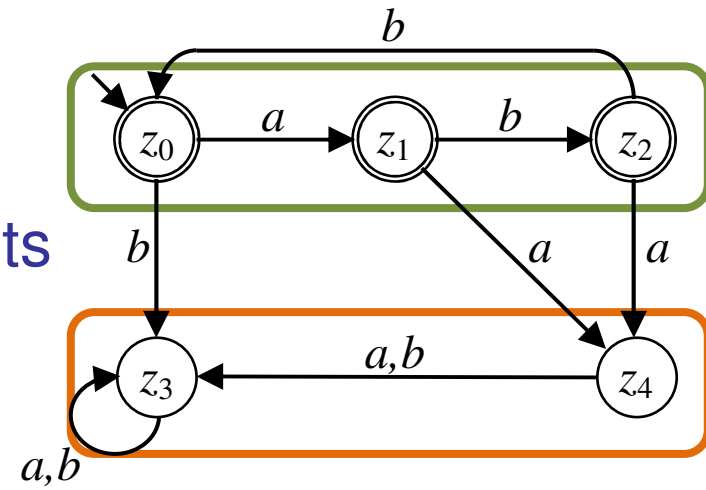


	a	b
z_0		
z_1		
z_2		
z_3		
z_4		

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

1. Die beiden **Anfangsklassen**, einerseits die **akzeptierenden**, andererseits die **nicht akzeptierenden Zustände**, werden **benannt**.

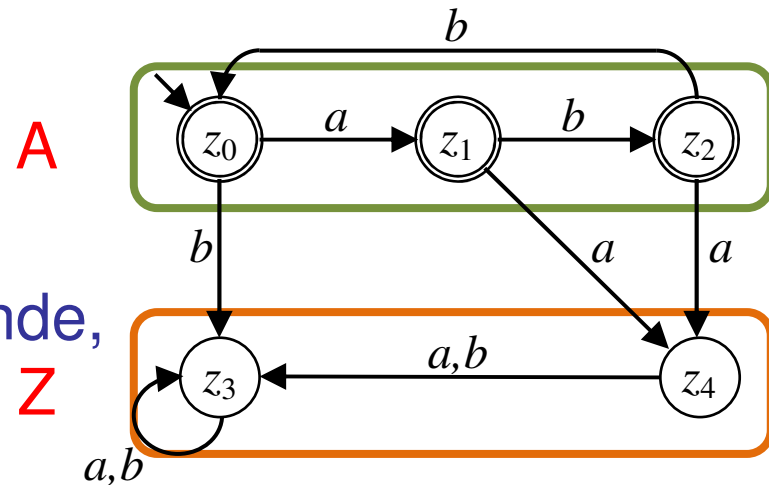


	a	b
z ₀		
z ₁		
z ₂		
z ₃		
z ₄		

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

1. Die beiden Anfangsklassen, einerseits die nicht akzeptierenden, andererseits die akzeptierenden Zustände, werden benannt (egal wie – nur nicht gleich).

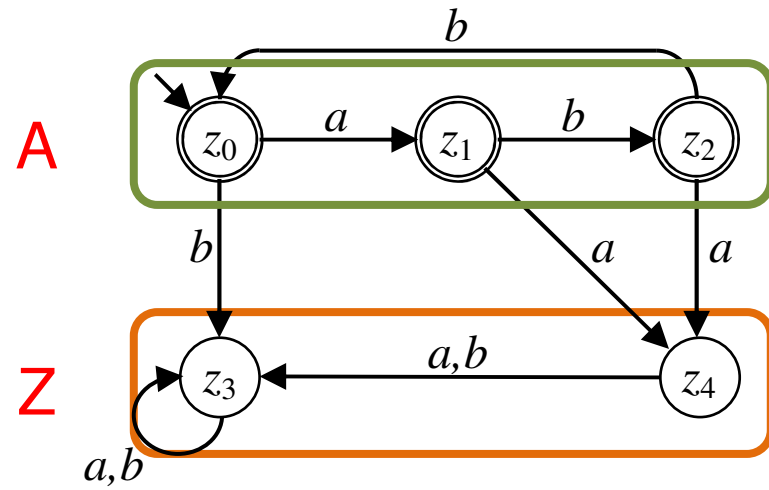


	a	b
z_0	A	
z_1	A	
z_2	A	
z_3	Z	
z_4	Z	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?



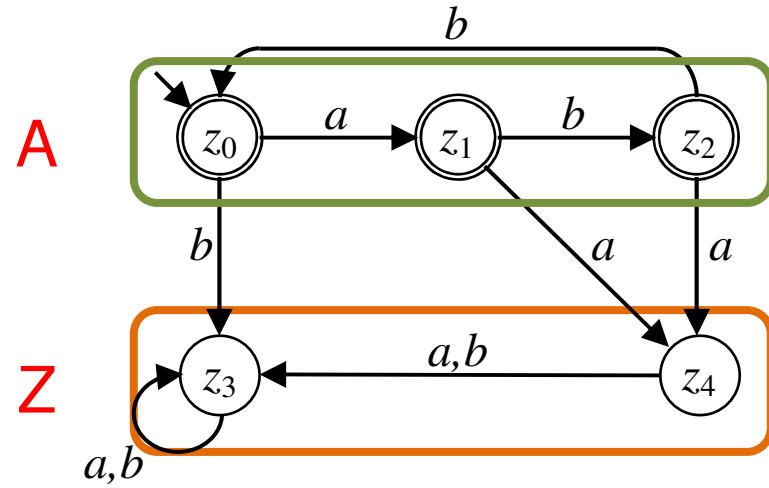
	a	b
z_0	A	
z_1	A	
z_2	A	
z_3	Z	
z_4	Z	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?

z.B. $z_0 \xrightarrow{a}$ welche Klasse?



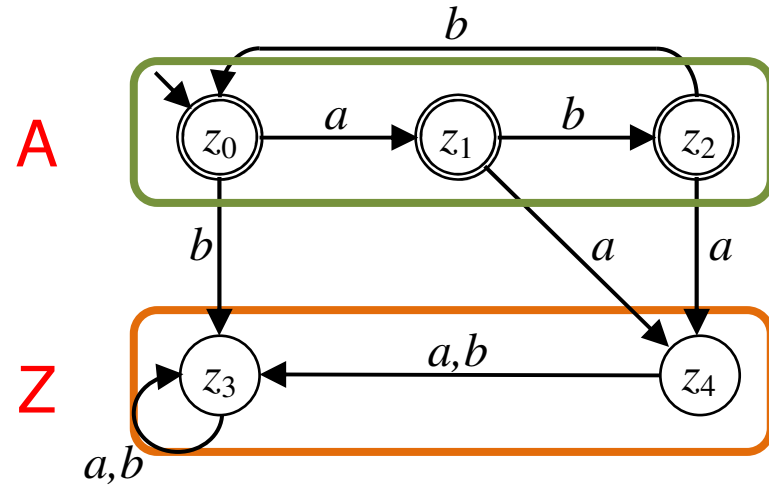
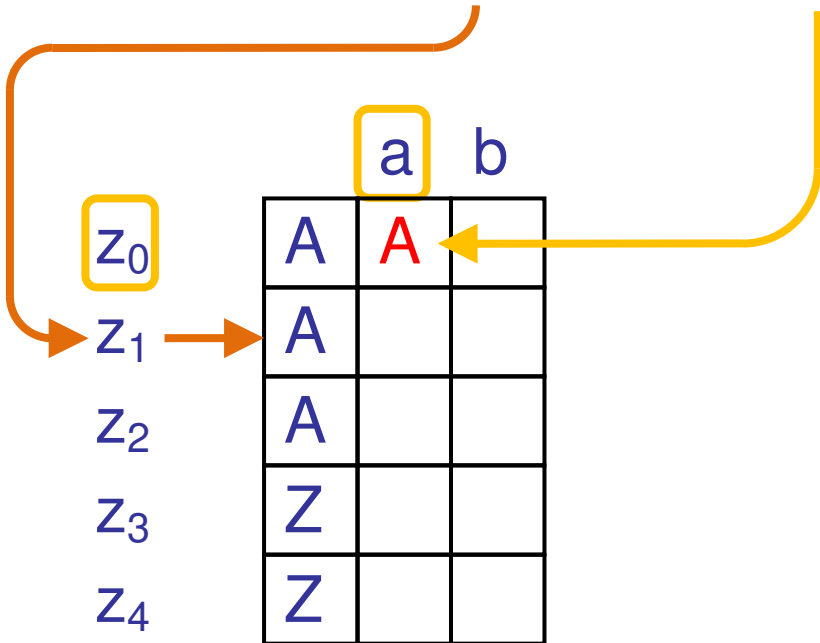
	a	b
z_0	A ?	
z_1	A	
z_2	A	
z_3	Z	
z_4	Z	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?

z.B. $z_0 \xrightarrow{a} z_1$ in Klasse A

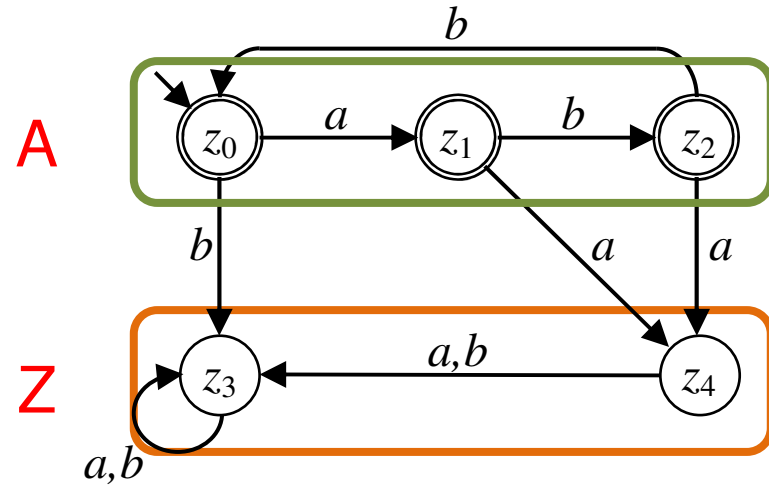
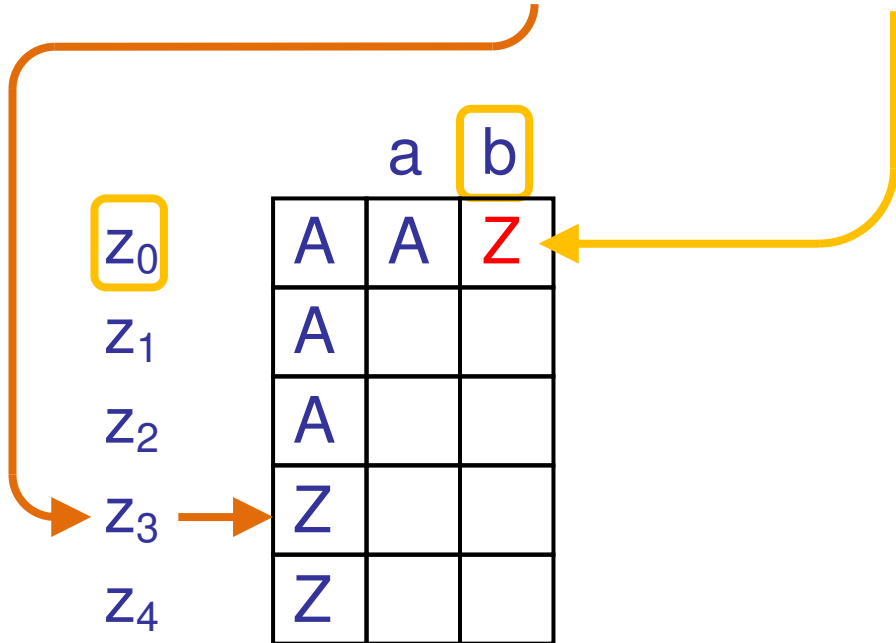


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?

weiter $z_0 \xrightarrow{b} z_3$ in Klasse Z

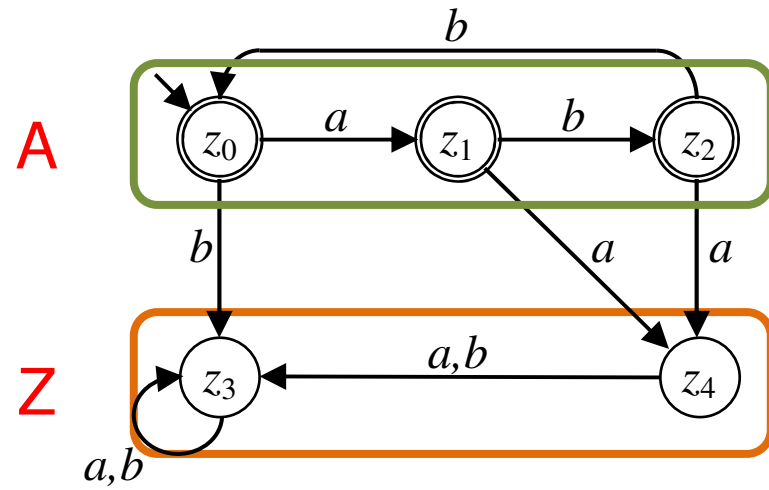


Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?

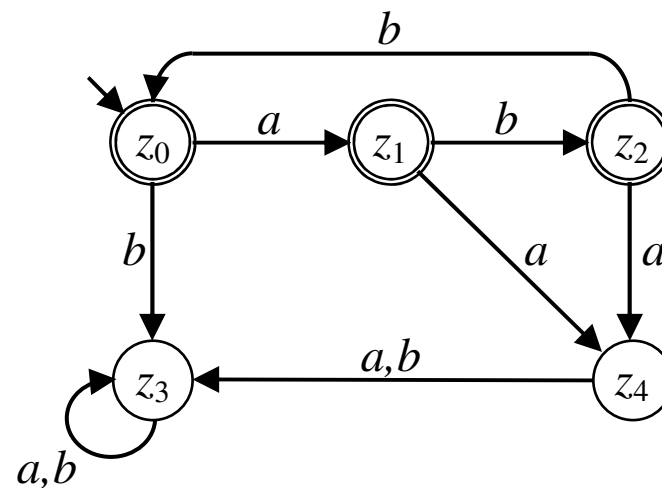
und so weiter ausfüllen ...



	a	b	
z_0	A	A	Z
z_1	A		
z_2	A		
z_3	Z		
z_4	Z		

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

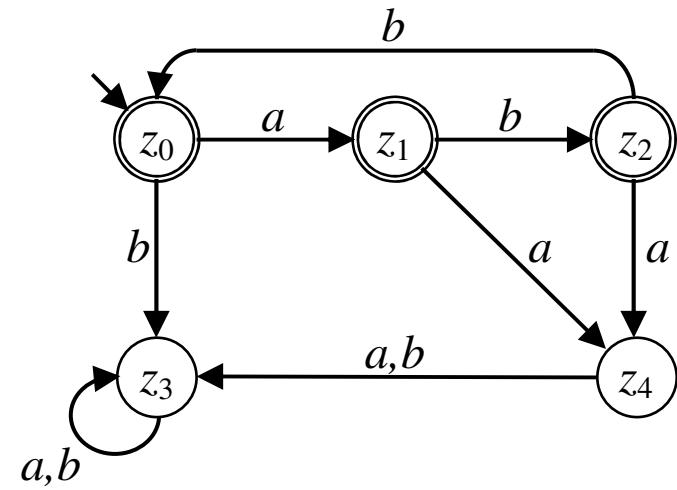


	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?



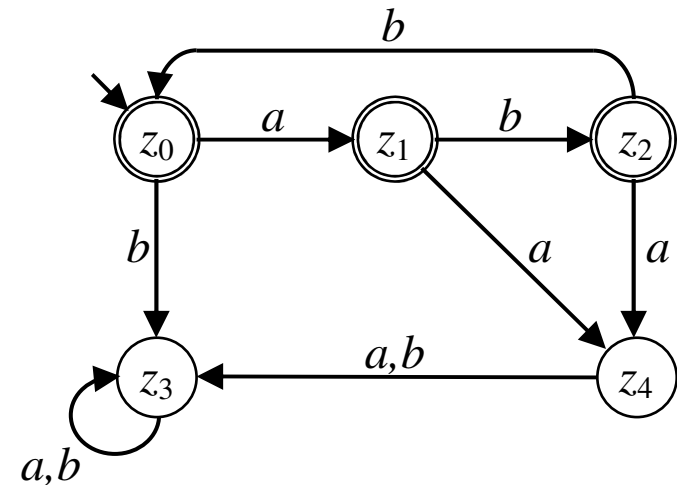
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?

A-Zustände haben unterschiedliche „Zukünfte“: A Z und Z A → Trennung!

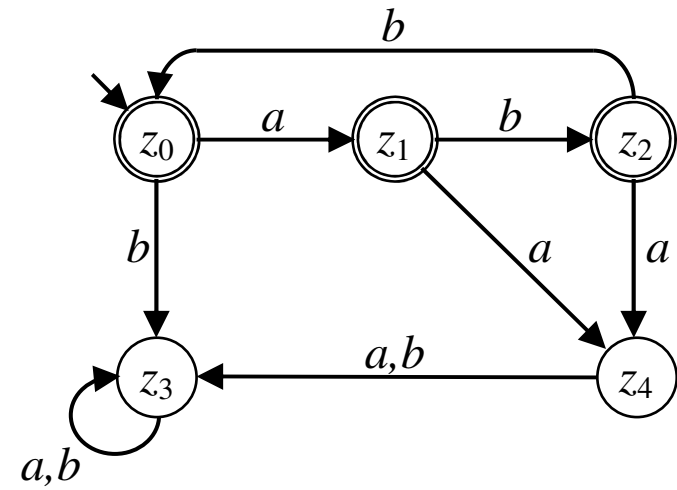


	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

0. Neue leere Tabelle

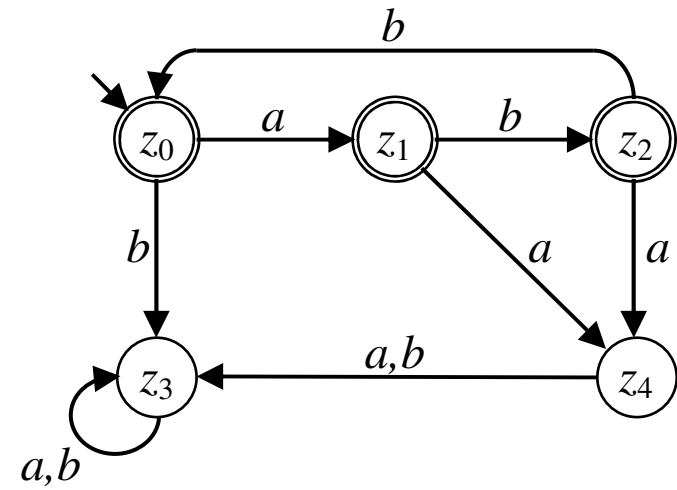


	a	b				
z ₀	A	A	Z			
z ₁	A	Z	A			
z ₂	A	Z	A			
z ₃	Z	Z	Z			
z ₄	Z	Z	Z			

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

1. Die neuen **Klassen**, werden **benannt** (egal wie – nur nicht gleich).



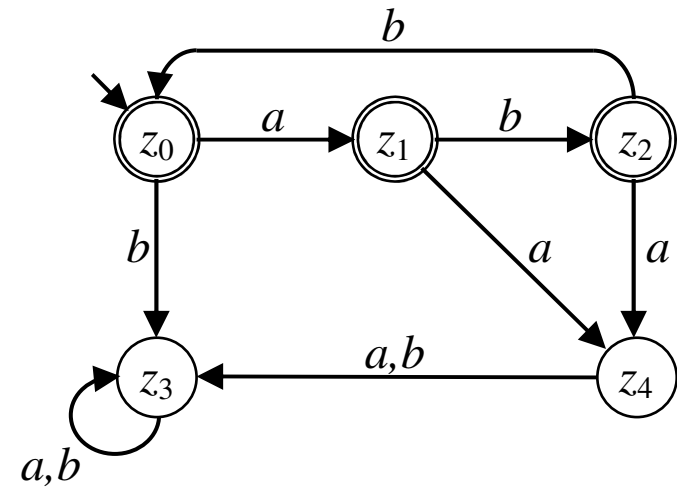
	a	b	
z ₀	A	A	Z
z ₁	A	Z	A
z ₂	A	Z	A
z ₃	Z	Z	Z
z ₄	Z	Z	Z

	a	b	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

1. Die neuen Klassen, werden benannt (egal wie – nur nicht gleich).

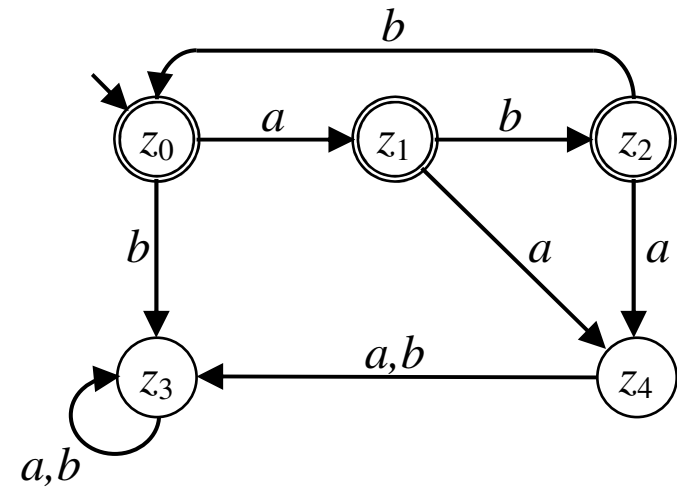


	a	b		a	b
z ₀	A	A	Z	A	
z ₁	A	Z	A	B	
z ₂	A	Z	A	B	
z ₃	Z	Z	Z	Z	
z ₄	Z	Z	Z	Z	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?



ALT

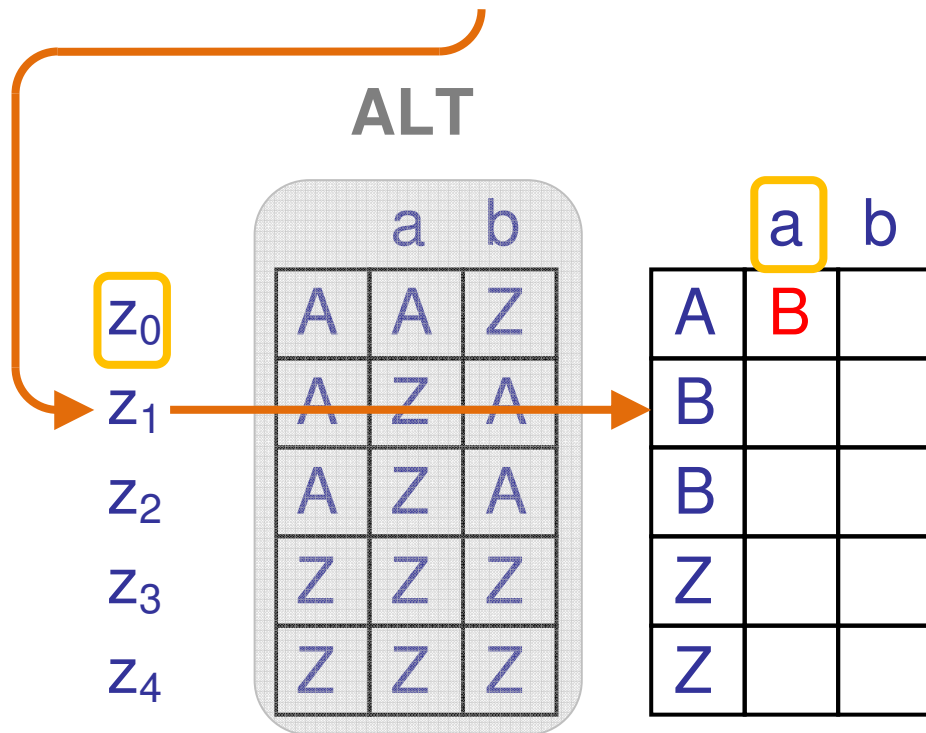
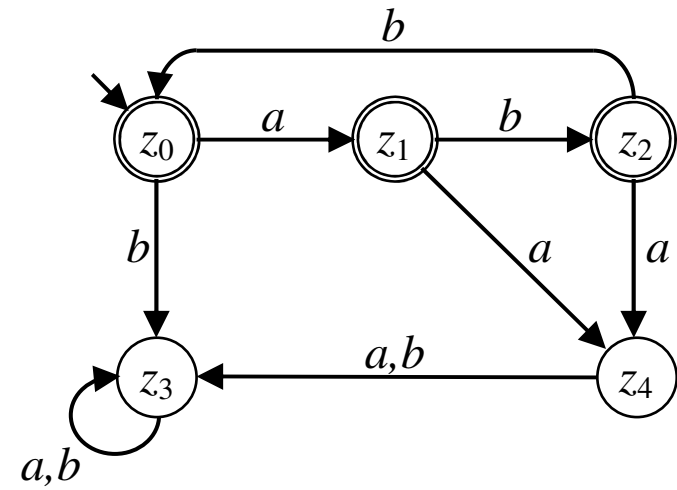
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	
z ₁	B	
z ₂	B	
z ₃	Z	
z ₄	Z	

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

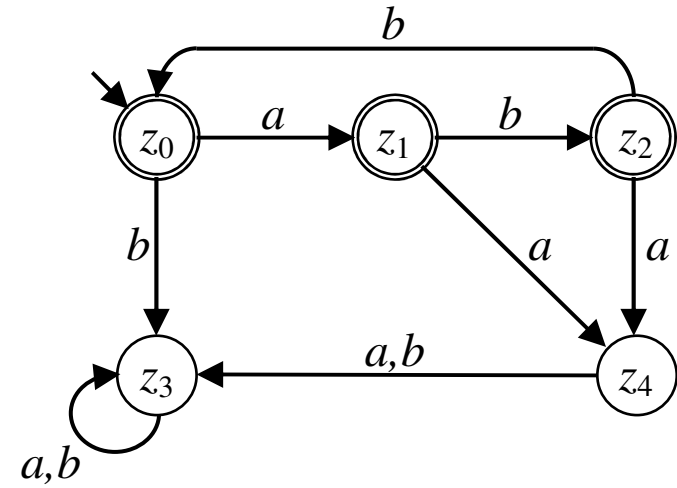
2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?
z.B. $z_0 \xrightarrow{a} z_1$ in Klasse B



Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?
usw. wie in der ersten Tabelle



ALT

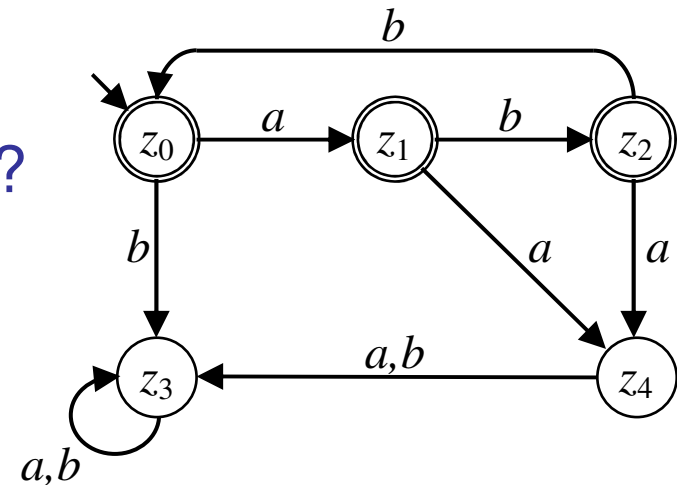
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	B
z ₂	B	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?
 Wegen unterschiedlicher Zukünfte:
Klasse B in zwei Klassen à 1 Zustand!



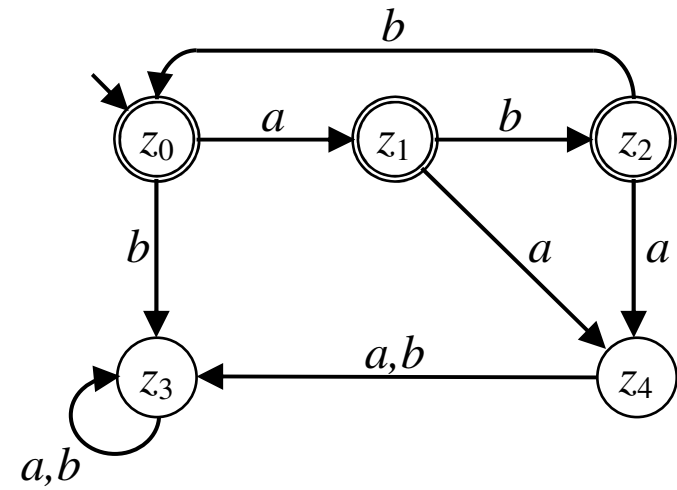
ALT

	a	b							
z ₀	A	A	Z	A	B	Z			
z ₁	A	Z	A	B	Z	B			
z ₂	A	Z	A	B	Z	A			
z ₃	Z	Z	Z	Z	Z	Z			
z ₄	Z	Z	Z	Z	Z	Z			

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

1. Die neuen **Klassen**, werden **benannt** (egal wie – nur nicht gleich).



ALT

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

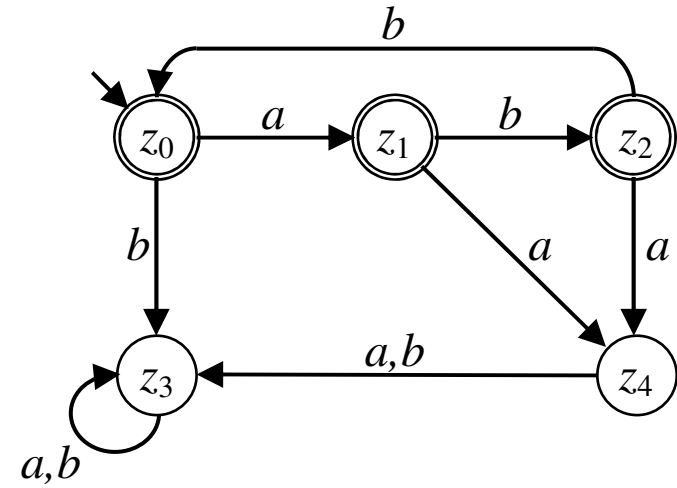
	a	b
A	B	Z
B	Z	B
B	Z	A
Z	Z	Z
Z	Z	Z

	a	b
A		
B		
C		
Z		
Z		

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

2. In welcher Klasse landet man aus jedem Zustand unter a/b?
analog ...



ALT

ALT

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

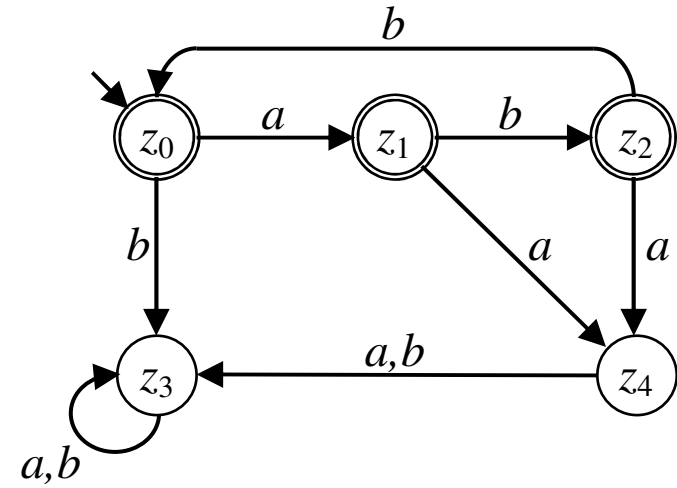
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	B
z ₂	B	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	C
z ₂	C	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?



ALT

ALT

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

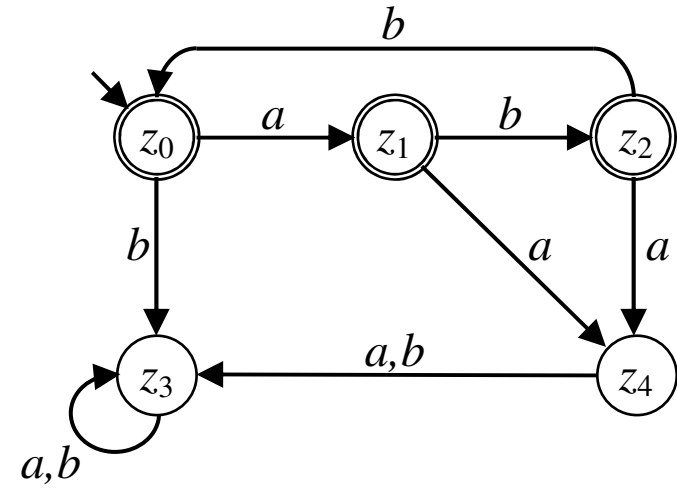
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	B
z ₂	B	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	C
z ₂	C	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?
keine → fertig!



ALT

ALT

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

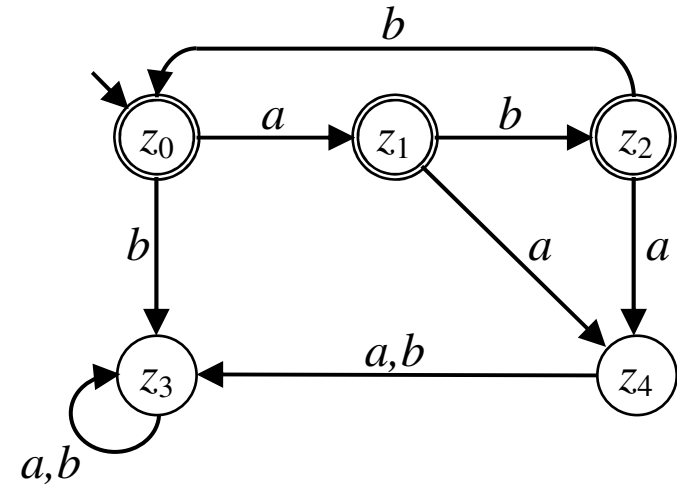
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	B
z ₂	B	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	C
z ₂	C	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

3. Welche Klassen sind wie aufzuspalten?
keine \rightarrow fertig! Na ja, fast ...



ALT

ALT

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	A	A
z ₂	A	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	B
z ₂	B	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

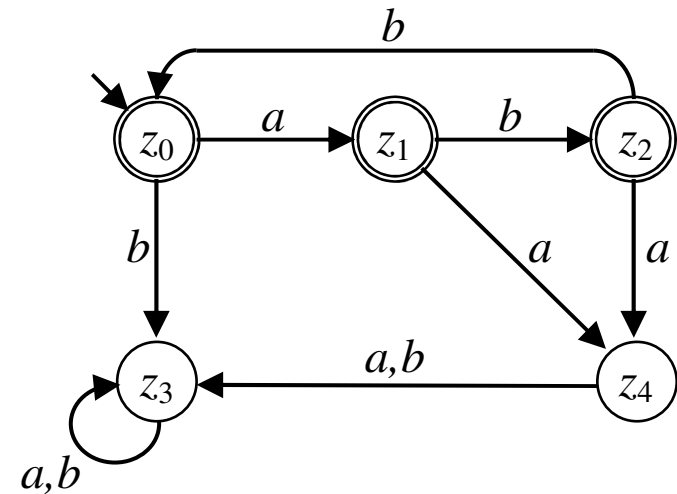
	a	b
z ₀	A	Z
z ₁	B	C
z ₂	C	A
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

4. Endarbeiten:

- Zustände und Übergänge
- besondere Zustände



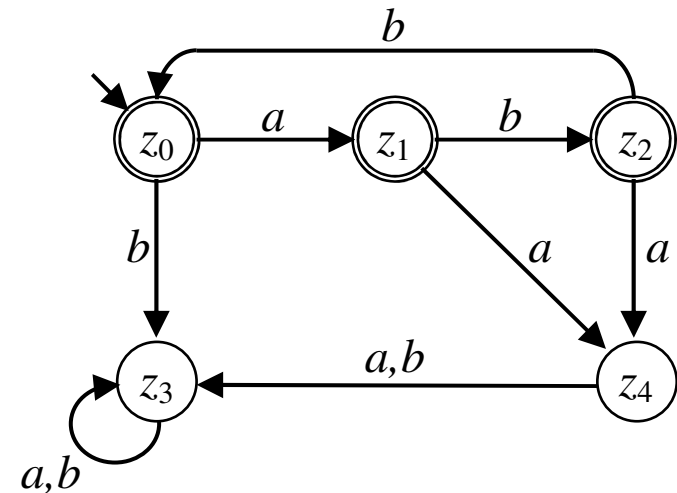
	a	b	
z ₀	A	B	Z
z ₁	B	Z	C
z ₂	C	Z	A
z ₃	Z	Z	Z
z ₄	Z	Z	Z

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2

4. Endarbeiten:

- Zustände und Übergänge
- besondere Zustände



	a	b	
z ₀	A	B	Z
z ₁	B	Z	C
z ₂	C	Z	A
z ₃	Z	Z	Z
z ₄	Z	Z	Z

Der **Minimalautomat** hat 4 Zustände, A, B, C, Z, mit Zustandsübergängen laut Tabelle.

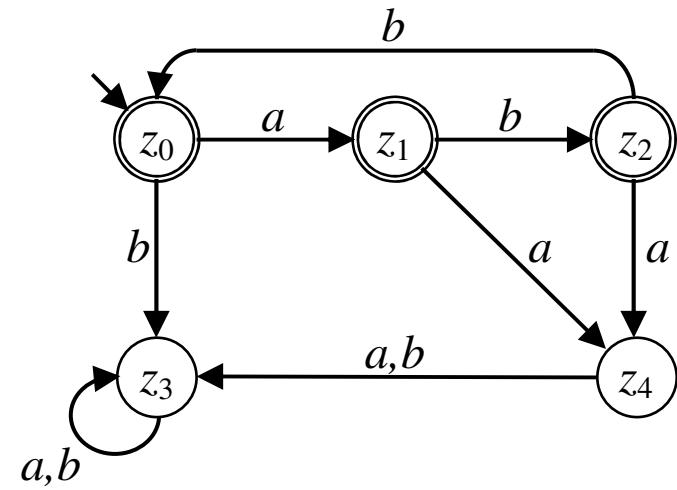
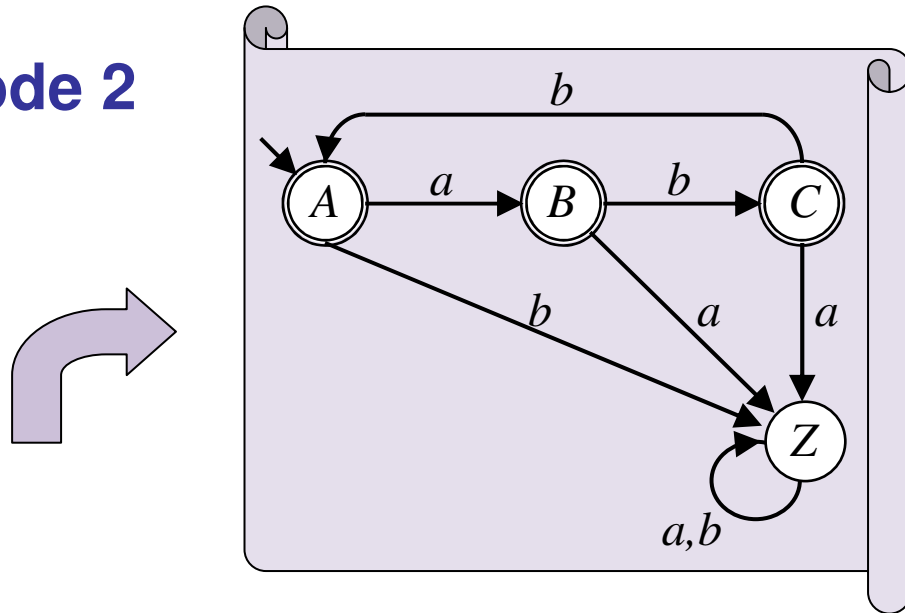
Anfangszustand ist die Klasse, die $\rightarrow z_0$ enthält.

Wer **akzeptiert**?

Alle Klassen die z_0 , z_1 oder z_2 enthalten.

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2



	a	b
z ₀	A	B
z ₁	B	Z
z ₂	C	Z
z ₃	Z	Z
z ₄	Z	Z

Der **Minimalautomat** hat 4 Zustände, A, B, C, Z, mit Zustandsübergängen laut Tabelle.

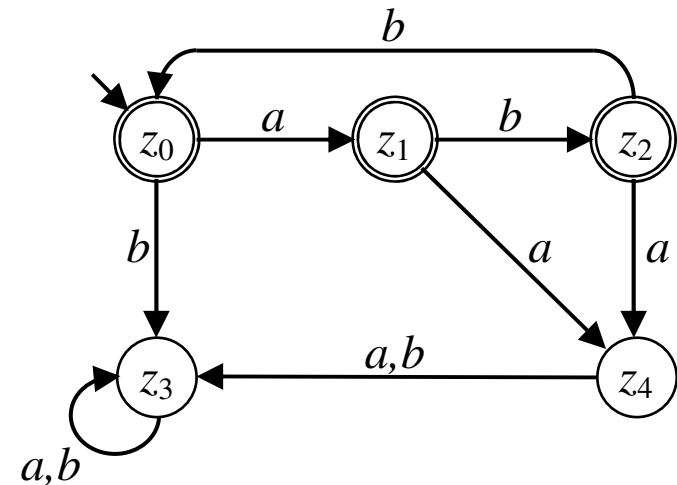
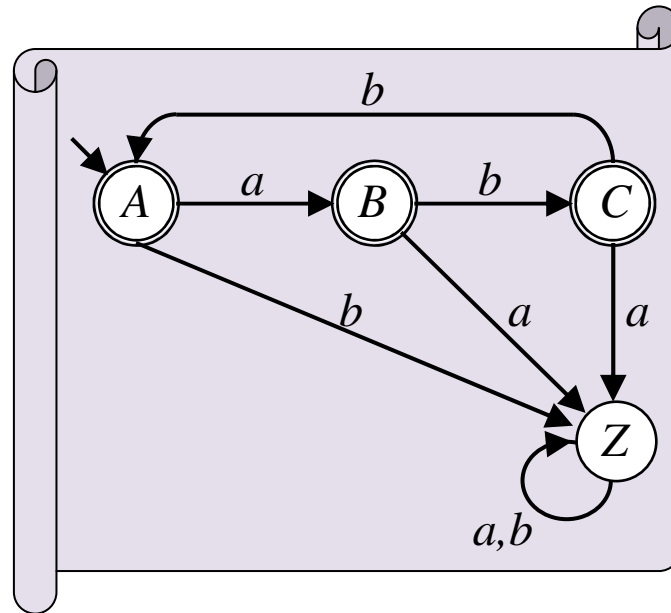
Anfangszustand ist die Klasse, die $\rightarrow z_0$ enthält.

Wer **akzeptiert**?

Alle Klassen die z_0 , z_1 oder z_2 enthalten.

Automatenminimierung: „Cartoon“

Methode 2



a b

z ₀	A	B	Z
z ₁	B	Z	C
z ₂	C	Z	A
z ₃	Z	Z	Z
z ₄	Z	Z	Z

Der **Minimalautomat** hat 4 Zustände, A, B, C, Z, mit Zustandsübergängen laut Tabelle.

Anfangszustand: die Klasse die $\rightarrow z_0$ enthält.

Wer **akzeptiert**?

Alle Klassen die z_0 , z_1 oder z_2 enthalten.