

Pumping-Lemma-Eigenschaft „PL“

Sprache L hat PL

$\exists n \in \mathbb{N}$:

($\forall s \in L$:

($|s| \geq n \rightarrow$

$\exists u, v, w \in \Sigma^*$:

s ist
n-auf-
pumpbar

($s = uvw$ & $|uv| \leq n$ & $v \neq \epsilon$ &

$\forall k \in \mathbb{N}: uv^k w \in L$)))

Pumping-Lemma-Eigenschaft „PL“

Sprache L hat PL

$\exists n \in \mathbb{N}$:

($\forall s \in L$:

($|s| \geq n \rightarrow$

$\left. \begin{array}{l} \exists u, v, w \in \Sigma^* : \\ (s = uvw \ \& \ |uv| \leq n \ \& \ v \neq \epsilon \ \& \\ \forall k \in \mathbb{N} : uv^k w \in L) \end{array} \right\}$

s ist
n-auf-
pumpbar

verwendete **Logik-Regeln**:

$$\neg \forall x : P \quad \Leftrightarrow \quad \exists x : \neg P$$

$$\neg \exists x : P \quad \Leftrightarrow \quad \forall x : \neg P$$

$$\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (A \ \& \ \neg B)$$

$$\neg(A \ \& \ B \ \& \ C \ \& \ D) \Leftrightarrow ((A \ \& \ B \ \& \ C) \rightarrow \neg D)$$

Pumping-Lemma-Eigenschaft „PL“

Sprache L hat PL

$\exists n \in \mathbb{N}$:

($\forall s \in L$:

($|s| \geq n \rightarrow$

s ist n -auf-pumpbar $\left\{ \begin{array}{l} \exists u, v, w \in \Sigma^*: \\ (s = uvw \ \& \ |uv| \leq n \ \& \ v \neq \epsilon \ \& \\ \forall k \in \mathbb{N}: uv^k w \in L) \end{array} \right\}$

Sprache L hat PL **nicht**

$\forall n \in \mathbb{N}$:

($\exists s \in L$:

($|s| \geq n \ \&$

s ist nicht n -aufp. $\left\{ \begin{array}{l} \forall u, v, w \in \Sigma^*: \\ ((s = uvw \ \& \ |uv| \leq n \ \& \ v \neq \epsilon) \rightarrow \\ \exists k \in \mathbb{N}: uv^k w \notin L) \end{array} \right\}$

verwendete **Logik-Regeln**:

$$\neg \forall x: P \quad \Leftrightarrow \quad \exists x: \neg P$$

$$\neg(A \rightarrow B) \quad \Leftrightarrow \quad (A \ \& \ \neg B)$$

$$\neg \exists x: P \quad \Leftrightarrow \quad \forall x: \neg P$$

$$\neg(A \ \& \ B \ \& \ C) \quad \Leftrightarrow \quad ((A \ \& \ B \ \& \ C) \rightarrow \neg D)$$

Das Beweisen der Aussage „... hat PL nicht“ hat eine Struktur wie ein Zwei-Personen-Spiel!

Weiß am Zug, Schwarz setzt matt nach zwei Zügen

\forall ersten Züge von Weiß
(\exists ein nächster Zug von Schwarz
(\forall nächsten Züge von Weiß
(\exists ein nächster Zug von Schwarz,
der Weiß matt setzt.)))