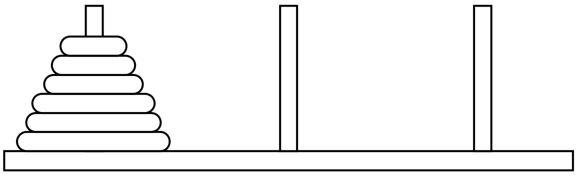
1. Übungsblatt

1. Aufgabe (Problemreduktion)

Eine Anzahl n gelochter Scheiben unterschiedlicher Größe sind in von unten nach oben abnehmender Größe auf einem von drei Pflöcken gestapelt. Man soll sämtliche Scheiben durch wiederholtes Umsetzen je einer (obersten) Scheibe auf einen anderen Pflock so auf einen bestimmten der beiden anderen Pflöcke umzusetzen, dass dabei nie eine Scheibe auf einer kleineren Scheibe zu liegen kommt.
Fred schafft es mit fünf Scheiben immer und macht es für eine Tasse Cappuccino gerne vor. Sebastian soll das für drei Tassen Cappuccino mit sechs Scheiben schaffen, sagen wir im Bild von A nach B. Wie reduziert er das Problem so, dass die Aufgabe gelöst wird und immerhin eine Tasse für ihn dabei herausspringt?



2. Aufgabe (Problemreduktion)

Ein Schüler hat gelernt, Probleme der Art #1 zu lösen, und zwar die reellen Nullstellen quadratischer Funktionen $f(x) = ax^2 + bx + c$ zu berechnen, nämlich im Falle $b^2 \geq 4ac$ die Werte (oder der Wert)

$$x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a.$$

Falls $b^2 < 4ac$, gibt es keine Lösung.
Jetzt soll er ein Problem der Art #2 lösen, und zwar alle lokalen Maxima, Minima oder horizontalen Wendepunkte einer kubischen Funktion $g(x) = rx^3 + sx^2 + tx + u$ berechnen. Mit welcher Problemreduktion schafft er das?
Alle Koeffizienten a, b, c, r, s, t, u seien reelle Zahlen, und a und u seien $\neq 0$.

3. Aufgabe (KNF-Formeln)

In der Vorlesung haben wir die KNF Formel $F = (x \vee y) \wedge (\neg x \vee z) \wedge (\neg y \vee \neg z)$ mitsamt den zwei Belegungen kennengelernt, die die Formel wahr machen. Und wir sahen mittels der Negationsregeln, warum jede der anderen sechs Belegungen mindestens einer der drei „Forderungen“ widersprachen.
Leiten Sie aus der Tafel mit dem Wahrheitswerteverlauf von F eine KNF-Formel G her, die genau dort falsch (0) ist, wo F wahr (1) ist.
Tipp: Wie „widerspricht“ man den beiden Belegungen, die F wahr machten? Negationsregeln für nicht/und/oder verwenden!

4. Aufgabe (Graphen und Cliquen)

a) Verbinden Sie unter den natürlichen Zahlen 2, 3, …, 8 als Knoten jeweils zwei genau dann mit einer Kante, wenn sie zueinander teilerfremd sind (z.B. 3 und 8). Bestimmen Sie die maximalen Cliquen des so entstandenen ungerichteten Graphen.

b) Wenn Sie analog noch der Reihe nach 9, 10 usw. hinzunehmen und passend dazu verbinden, ab wann finden Sie eine Clique, die einen Knoten mehr enthält als die bisherigen maximalen Cliquen?

b.w.

5. Aufgabe (Problemreduktion) [freiwillige Zusatzaufgabe, nicht abgeben]

Sie haben eine Münze und können damit wiederholt gleich wahrscheinliche Zufallswerte aus der Menge {Wappen, Zahl} erzeugen.

a) Beschreiben Sie einen Algorithmus zur Erzeugung von gleich wahrscheinlichen Zufallswerten aus der Menge {0, 1} mittels der Münze:

   Wie formen Sie das Problem in das für {Wappen, Zahl} um?
   Wie formen Sie das Wappen-Zahl-Ergebnis in eine Antwort für {0, 1} um?

b) Beschreiben Sie, wie Sie unter Verwendung der Lösung von (a) gleich wahrscheinliche Zufallswerte aus der Menge {0, 1, 2, 3} erzeugen.

c) Beschreiben Sie, wie Sie unter Verwendung der Lösung von (a) oder der von (b) gleich wahrscheinliche Zufallswerte aus der Menge {0, 1, 2} erzeugen.