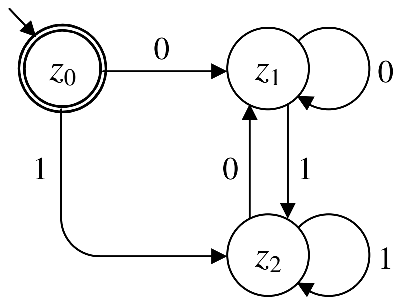
# 3. Übungsblatt

***Wegen Umfang: Nur die Aufgaben 1 bis 4 werden zur PVL bewertet.***
***Empfehlung: Bearbeiten Sie vielleicht trotzdem alle.***

## 1. Aufgabe

Es sei der folgende endliche Automat $A$ gegeben:

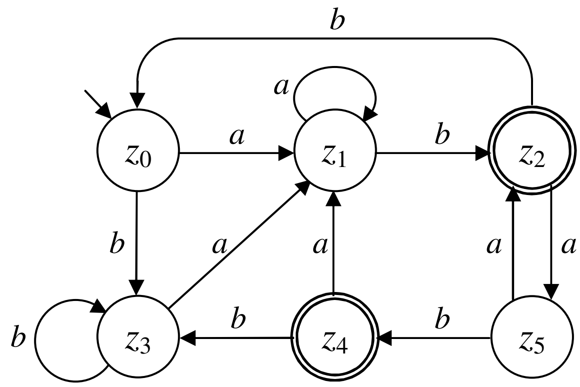



a) Geben Sie die Mengen $L_A(z_0), L_A(z_1), L_A(z_2)$ an.

b) Geben Sie als minimalen Automat gleicher Sprache den Quotientenautomat von $A$ an. Jeder seiner Zustände ist eine Menge von Zuständen von $A$ – vgl. Folie 9 im Foliensatz 1/2.

## 2. Aufgabe

Gegeben sei der endliche Automat $A = [Z, \Sigma, z_0, F, \delta]$ mit $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{z_2, z_4\}$ sowie der wie im Bild definierten Zustandsüberführungsfunktion $\delta$:




Bestimmen Sie mit dem tabellarischen Verfahren (Folien 15 bis 24 im Foliensatz 1/2.) einen Minimalautomaten $A^0 = [Z^0, \Sigma, z_0^0, F^0, \delta^0]$ mit gleicher Sprache ($\delta^0$ ist dann durch die letzte Tabelle gegeben; $Z^0$, $z_0^0$, $F^0$ sind dann noch anzugeben), und zeichnen Sie ihn.

**3. Aufgabe**

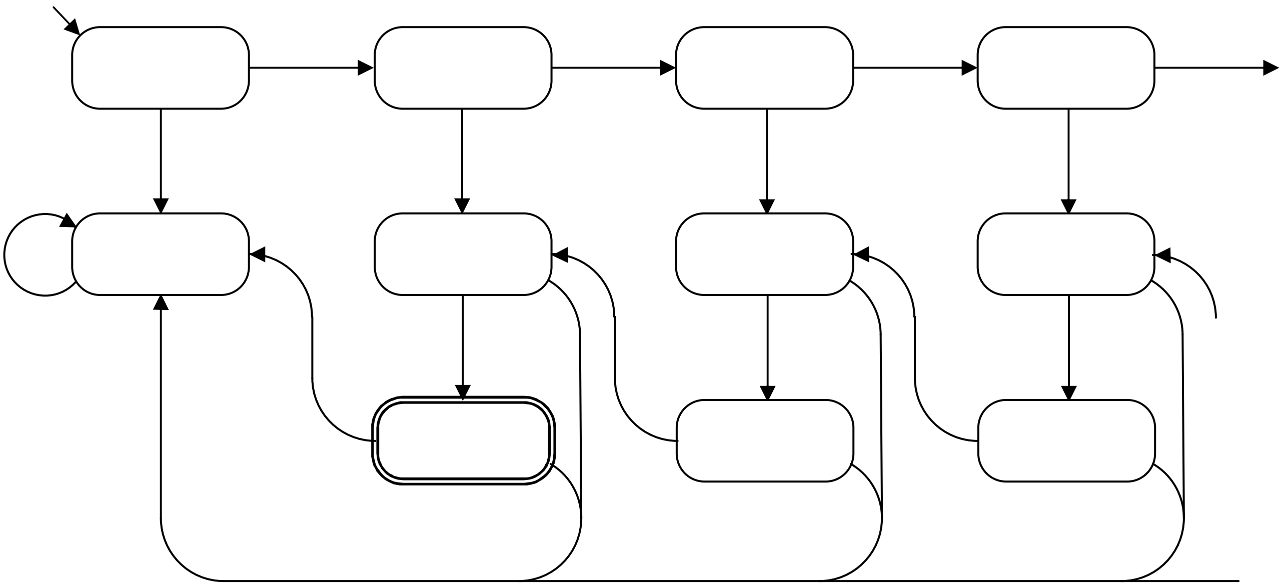
a) Beschriften Sie die Kanten des folgenden Teils eines unendlichen Automaten *A* über dem Alphabet $\Sigma = \{a,b\}$ so mit *a* bzw. *b*, dass *A* (bei plausibler Fortsetzung des Bildes) die Sprache

$$L = \{ a^n b^{2n} \mid n \geq 1 \} = \{ abb, aabbbb, aaabbbbbb, \dots \}$$

akzeptiert.

Tipps: Überlegen Sie z.B.:

- Wie wird im Bild das kürzeste Wort *abb* akzeptiert?
- Ab wann ist ein Wort *u* „für immer unbrauchbar" (d.h. keine Fortsetzung $u \circ v$, $v \in \Sigma^*$, von *u* wird akzeptiert)?



b) Beschriften Sie die abgebildeten Zustände *z* des Automaten mit den Restsprachen $L_A(z)$ (bitte einfach hineinschreiben), so dass *A* der Restsprachenautomat von *L* wird. Verwenden Sie die Sprachen

$$L_0 = \{ a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N} \},\ L_2 = \{ a^n b^{2n+2} \mid n \in \mathbb{N}_0 \},\ L_4 = \{ a^n b^{2n+4} \mid n \in \mathbb{N}_0 \} \text{ und}$$
$$L_6 = \{ a^n b^{2n+6} \mid n \in \mathbb{N}_0 \}, \text{ sowie } \varnothing, \{\varepsilon\}, \{b\}, \{b^2\}, \{b^3\}, \{b^4\} \text{ und } \{b^5\}.$$

**4. Aufgabe**

Es sei $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache $L = \{ w \circ b \circ w \mid w \in \Sigma^* \}$ nicht regulär ist.

**5. Aufgabe**

Es sei $\Sigma = \{a,b\}$ das zugrunde liegende Alphabet. Zu jedem $w \in \Sigma^*$ und jedem $x \in \Sigma$ bezeichne $\#_x(w)$, wie häufig der Buchstabe $x$ in $w$ vorkommt. Es sei $L = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \leq 1\}$.
Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

*Es gibt einen endlichen Automaten A mit* $L(A) = L$*, der genau einen akzeptierenden Zustand hat.*

Tipps:
<u>Entweder</u> Sie überlegen, ob der Anfangszustand ein akzeptierender ist und wohin von ihm aus die $a$-Kante führt,
<u>oder</u> Sie erstellen (z.B. mittels regulärer Ausdrücke, falls damit vertraut) einen (minimalen) Restsprachenautomaten für $L$ und überlegen dann, ob ein evtl. größerer Automat für $L$ mit nur einem akzeptierenden Zustand existieren könnte. Was erhielte man, wenn man den letzteren zum Quotientenautomat minimieren würde?
<u>Oder</u> Sie überlegen sich eine eigene andere stichhaltige Begründung.

**6. Aufgabe**

Betrachten Sie die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a,b\}$:

$$L_1 = \{ab, a^3b^3, a^5b^5\}$$
$$L_2 = \{a, b, a^3, b^3, a^5, b^5, \ldots\} = \{a^{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}_0\} \cup \{b^{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$$
$$L_3 = \{ab, a^3b^3, a^5b^5, \ldots\} = \{a^{2n+1}n^{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$$

Welche dieser Sprachen …

a) sind Sprachen eines endlichen Automaten?
b) haben die Pumping-Eigenschaft, d.h. es gibt eine Zahl $n \in \mathbb{N}$ derart, dass jedes Wort $w \in L_i$ mit $|w| \geq n$ ein in $L_i$ $n$-aufpumpbares Wort ist?

Tipps zu (b): „Jeder meiner Rolls-Royce ist lila.“ & Pumping-Lemma.