

4. Übungsblatt

1. Aufgabe (Teilbarkeits-Restklassen)

Es sei $\Sigma = \{0,1\}$. Für jedes Wort $w \in \Sigma^*$ bezeichne $\text{nat}(w)$ die natürliche Zahl, deren Binär-darstellung bis auf führende Nullen mit w übereinstimmt – z.B. $\text{nat}(11) = \text{nat}(0011) = 3$, wobei $\text{nat}(\varepsilon) = \text{nat}(0) = 0$. Führende Nullen sind und bleiben hier also erlaubt.

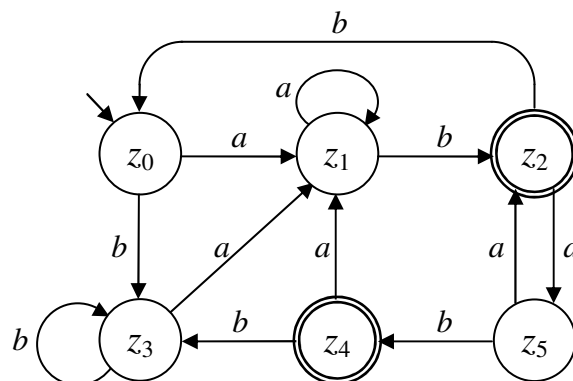
Sei L die Sprache der $w \in \Sigma^*$, bei denen $\text{nat}(w)$ eine durch 6 teilbare Zahl ist. Geben Sie einen endlichen Automaten A mit $L(A) = L$ an, der genau 6 Zustände hat.

2. Aufgabe (Minimierung)

Konstruieren Sie mit dem tabellarischen Verfahren (siehe Foliensatz 1_2 ab Folie 15) einen minimalen Automaten A_{\min} , der die Sprache L aus der obigen Aufgabe 1 akzeptiert.

3. Aufgabe (Minimierung)

Gegeben sei der endliche Automat $A = [Z, \Sigma, z_0, F, \delta]$ mit $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4, z_5\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $F = \{z_2, z_4\}$ sowie der wie im Bild definierten Zustandsüberföhrungsfunktion δ :



Bestimmen Sie mit dem tabellarischen Verfahren (siehe Foliensatz 1_2 ab Folie 15) einen Minimalautomaten $A^0 = [Z^0, \Sigma, z_0^0, F^0, \delta^0]$ mit gleicher Sprache (δ^0 ist dann durch die letzte Tabelle im Algorithmus gegeben; Z^0, z_0^0, F^0 sind aber noch anzugeben), und zeichnen Sie ihn.

4. Aufgabe (Restsprachenautomat)

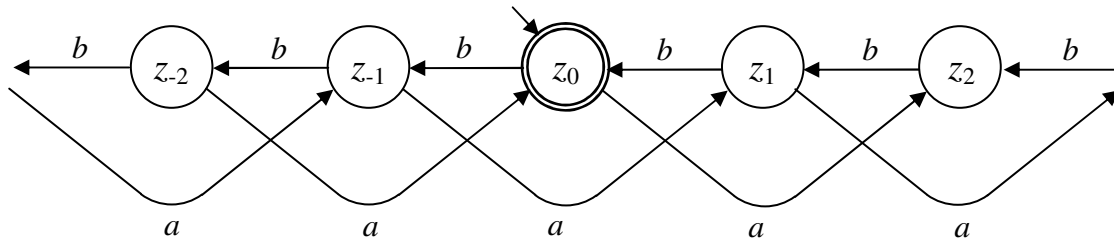
Zeichnen Sie für jede der beiden folgenden Sprachen über $\{a, b\}$ jeweils einen Teil des (unendlichen) Restsprachenautomaten:

- $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) + 1\}$
- $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) > \#_b(w)\}$

Der Teil soll jeweils ca. 5 Zustände umfassen und so dargestellt sein, dass daran zu erkennen ist, wie es unendlich weitergeht.

5. Aufgabe (Restsprachenautomat) [freiwillige Zusatzaufgabe, bitte nicht abgeben]

Der unten skizzierte unendliche Automat (Fortsetzung analog) ist Restsprachenautomat $A(L)$ einer Sprache L über $\Sigma = \{a, b\}$.



- Welches sind die 4 kürzesten Wörter der Sprache L ?
- Beschreiben Sie formal die Sprache L :

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid \text{[]}\}$$

- Welche Restsprache von L repräsentiert z_1 ?