

4. Übungsblatt

1. Aufgabe

Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas, dass $L = \{a^n b^{2^n} c^{3^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ nicht regulär ist.

Tipp: Die gesuchten nicht n -aufpumpbaren Wörter w_n so groß wählen, dass der streich- und wiederholbare Teil v sehr einfach ist, und kurz erklären, warum sie nicht n -aufpumpbar sind.

2. Aufgabe

Es sei eine Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ wie folgt gegeben: $\Sigma = \{0,1\}$, $V = \{S, A, B\}$, S ist das Startsymbol, und R besteht aus den folgenden Regeln:

$$S \rightarrow 0B \mid 1A$$

$$A \rightarrow 0 \mid 0S \mid 1AA$$

$$B \rightarrow 1 \mid 1S \mid 0BB$$

- Welche Zeichenketten aus $(\Sigma \cup V)^*$ sind in null bis zwei Schritten aus der Zeichenkette S ableitbar?
- Begründen Sie, warum $L(G)$ keine Zeichenketten der Länge 3 enthält.

Tipp: Verwenden Sie z.B. den allgemeinen Entscheidungsalgorithmus für kontext-sensitive Sprachen, wobei Sie nur die „Geschichte der Warteschlange Q “ zu notieren brauchen (vorne entnommene Wörter durchgestrichen stehen lassen), mit einem Zwischenstand wie

~~$\$$~~ 0B 1A ...

3. Aufgabe

Es seien drei Grammatiken $G_i = (\Sigma, V, S, R_i)$, $i = 1, 2, 3$, wie folgt gegeben: $\Sigma = \{a, b\}$, $V = \{S, A, B\}$, S ist das Startsymbol, und R_i enthält genau die folgenden Regeln:

$R_1: \quad S \rightarrow abb \mid aSbb$	$R_2: \quad S \rightarrow abb \mid ASBB$ $Aa \rightarrow aa$ $bB \rightarrow bb$	$R_3: \quad S \rightarrow abb \mid ASBB$ $A \rightarrow aA \mid a$ $B \rightarrow bB \mid b$
--	--	--

- Welche der Grammatiken G_1, G_2 bzw. G_3 sind ...

• kontextsensitiv?	G_1	G_2	G_3
• kontextfrei?	kontextsensitiv		
• regulär?	kontextfrei		
(Bitte ankreuzen, wo ja.)	regulär		

- Welche der Sprachen $L(G_1), L(G_2)$ bzw. $L(G_3)$ sind ...

• kontextsensitiv?	$L(G_1)$	$L(G_2)$	$L(G_3)$
• kontextfrei?	kontextsensitiv		
• regulär?	kontextfrei		
(Bitte ankreuzen, wo ja.)	regulär		

Tipp zu (a) und (b):

Nicht vergessen, dass eine Eigenschaft eine oder zwei andere implizieren kann.

- Zwei dieser drei Sprachen sind identisch – welche beiden?

4. Aufgabe

Es sei G wie in Aufgabe 2.

Zeigen Sie, dass die Zeichenkette 10101 nicht zur Sprache $L(G)$ gehört.

Tipp: Die Ableitung aller ca. 40 ableitbaren Zeichenketten über $\Sigma \cup V$ der Länge ≤ 5 ist möglich – aber von Hand sehr mühsam. Wahrscheinlich geht es mit diesen zwei Schritten schneller:

- Zeigen Sie, dass für alle $w \in (\Sigma \cup V)^*$ gilt: Wenn w aus S ableitbar ist, so enthält w die Zeichen 0 und A genauso oft wie die Zeichen 1 und B.
- Zeigen Sie, dass für alle $w \in L(G)$ gilt: w hat genauso viele 0'en wie 1'en.

Und 10101 hat nicht genauso viele 0'en wie 1'en.