5. Übungsblatt

1. Aufgabe

Es seien

- $L_1 = \{\ 1 \circ w \mid w \in \{0\}^*\} \cup \{\varepsilon\}$
- $L_2 = \{\ w \circ 0 \mid w \in \{1\}^*\} \cup \{\varepsilon\}$

Die regulären Sprachen $L_1 \setminus \{\varepsilon\}$ und $L_2 \setminus \{\varepsilon\}$ werden durch reguläre Grammatiken über $\Sigma = \{0,1\}$ mit Startsymbol S und der Regelmenge

$S \to 1 \mid 1A$, bzw. $S \to 0 \mid 1S$
$A \to 0 \mid 0A$

erzeugt.

Mit welcher regulären Grammatik über $\Sigma = \{0,1\}$ mit Startsymbol S wird $(L_1 \circ L_2) \setminus \{\varepsilon\}$ erzeugt? Bitte nur noch Variablenmenge und Regelmenge angeben.

(Wenn wir eine finden, haben wir übrigens auf einem weiteren Weg gezeigt, dass $L_1 \circ L_2$ regulär ist.)

Tipps:

- Wenden Sie die Sprachengleichung $(A \cup B) \circ (C \cup D) = (A \circ C) \cup (A \circ D) \cup (B \circ C) \cup (B \circ D)$ auf $L_1 \circ L_2$ an, wobei ja $L_i = (L_i \setminus \{\varepsilon\}) \cup \{\varepsilon\}$;
- Verkettungs-Beispiel auf 2/4 Folie 18 in der Vorlesung;
- Anlässlich 2/3 Folie 5 besprochenes Rezept für eine reguläre Grammatik für eine Vereinigung regulärer Sprachen ohne ε.

2. Aufgabe

Sei $L = \{1 \circ u \circ 00 \mid u \in \{0,1\}^*\}$.

Geben Sie eine reguläre Grammatik G mit $L(G) = L$ an.

Tipp: Eine Grammatik hat 4 Komponenten.

3. Aufgabe

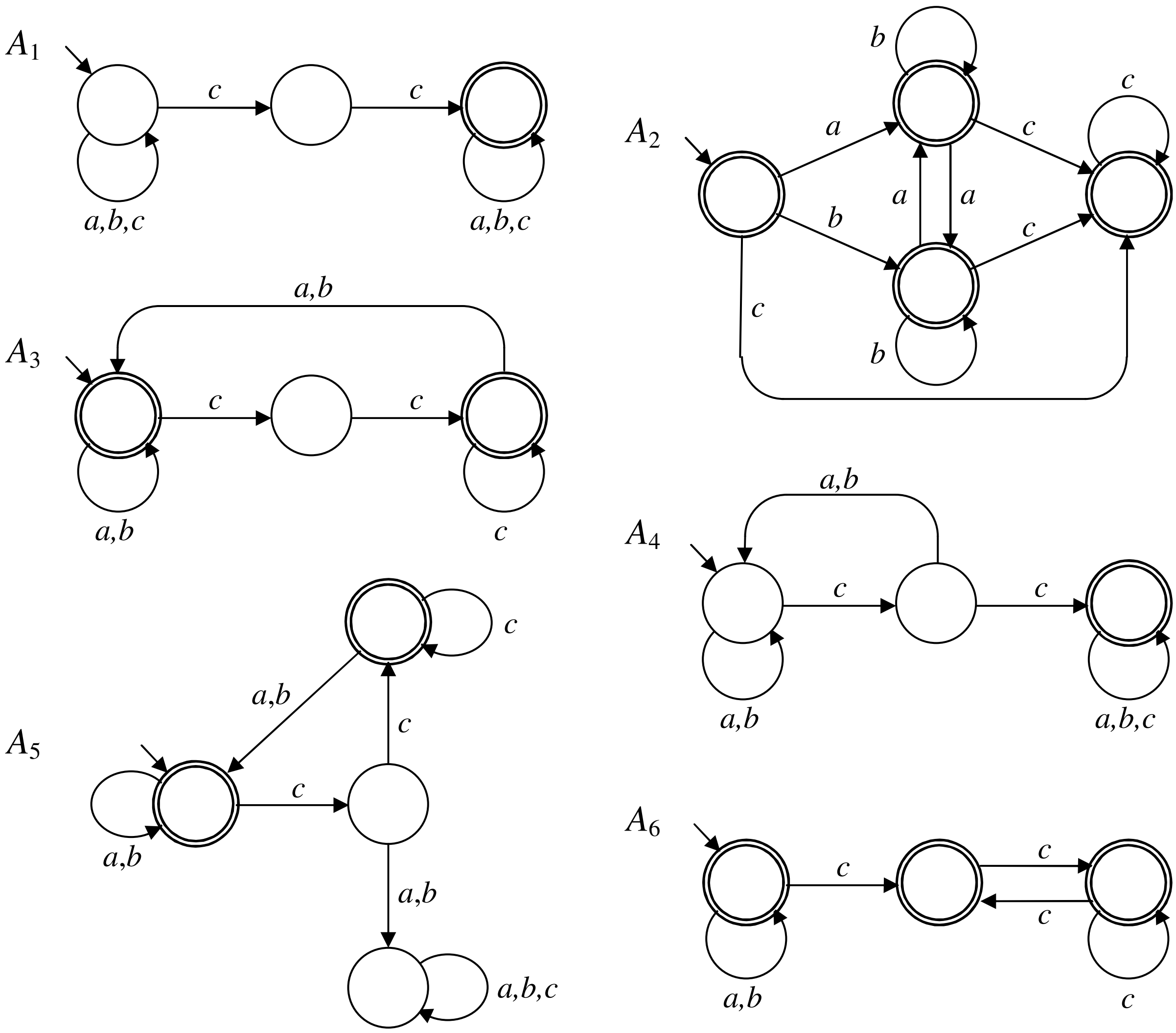
Seien $L_1 = \{1^n \circ 01 \circ 0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ und $L_2 = \{0^{2n} \circ 1 \circ v \mid v \in \{0,1\}^n,\ n \in \mathbb{N}\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_1 mit $L(G_1) = L_1$ an.
b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G_2 mit $L(G_2) = L_2$ an.

Tipps: Eine Grammatik hat 4 Komponenten.
Zwiebelschichtentechnik

4. Aufgabe

Betrachten Sie die unten abgebildeten (deterministischen) endlichen bzw. nichtdeterministischen endlichen Automaten über $\Sigma = \{a,b,c\}$:



a) Welche der Automaten sind (deterministische) endliche Automaten, und welche sind nichtdeterministische endliche Automaten?

b) Sei ~ die Äquivalenzrelation auf in $M = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ mit $A_i \sim A_k$ genau dann, wenn $L(A_i) = L(A_k)$. Geben Sie die durch ~ induzierte Klasseneinteilung von M an, d.h. zerlegen Sie M in maximale Teilmengen von Automaten mit gleichen Sprachen, also in der Form $\{ \{A_1, A_2\}, \{A_3\}, \{ A_4, A_5, A_6\} \}$ (aber in anderen Kombinationen).

Tipps: (a) Was ist spezieller – deterministisch oder nichtdeterministisch?

(b) Prüfen Sie nach, von welchen Automaten ausgewählte kurze Wörter akzeptiert werden. Überlegen Sie für die jeweilige Sprache: Kann oder muss ein c kommen? Und danach?