8. Übungsblatt

1. Aufgabe (reguläre Sprachen)

Im Folgenden sind 10 reguläre Sprachen über $\Sigma = \{a,b\}$ definiert, und zwar durch

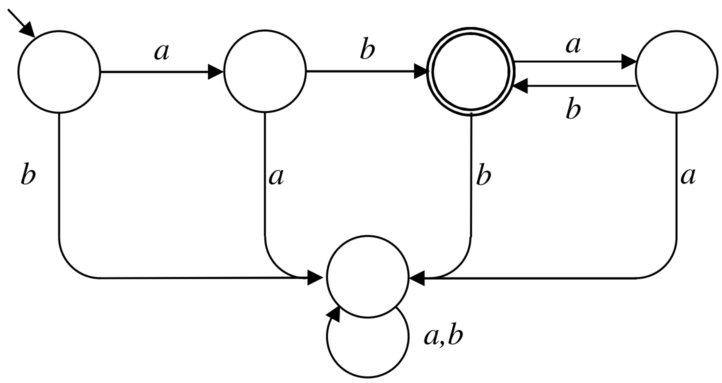
- reguläre Ausdrücke:

  L_1: $(ab)^*$ L_3: $a(ba)^*b$

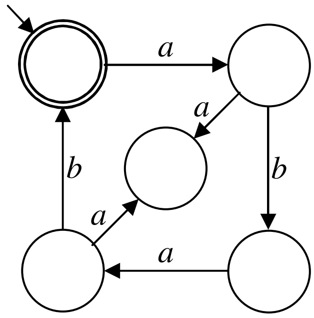
  L_2: $(abab)^*$ L_4: $ab(ab)^*$

- Automaten (deterministische und nichtdeterministische), die sie akzeptieren:

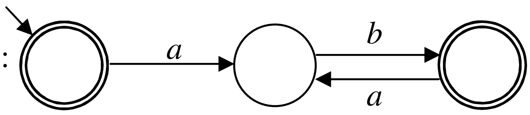
L_5:



L_6:



L_7:



- Chomsky-Grammatiken die sie erzeugen – über $\{a,b\}$, mit der Variablenmenge $\{S,A\}$, dem Startsymbol S und den folgenden Regeln:

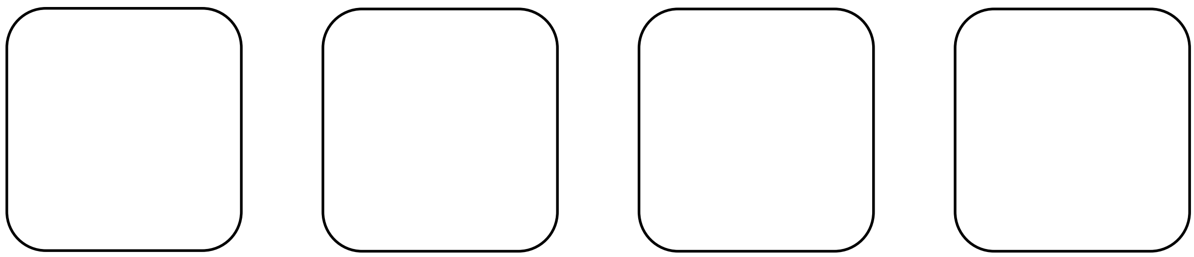
  L_8: $S \to aA$
  $A \to bS \mid b$

  L_9: $S \to \varepsilon \mid abS \mid bA$
  $A \to bA$

  L_{10}: $S \to \varepsilon \mid abA$
  $A \to abS$

Schreiben Sie jede Sprachbezeichnung (L_2, …, L_{10}) in genau eine der unteren Boxen, und zwar so, dass jeweils identische Sprachen zusammen in der gleichen Box und unterschiedliche Sprachen in verschiedenen Boxen stehen. Evtl. können Boxen leer bleiben.

Tipps: (1) Wie lange sind die zwei kürzesten Wörter? (2) Evtl. möchten Sie unter jeder Box die Wörter der Sprache(n) in der Box kurz charakterisieren, im Stile von „$a^*(b|\varepsilon)a^*$" oder „≤ 2 b's"; dann können Sie die nächsten Exemplare der Sprache schneller einsortieren.
(3) Gibt es evtl. eine Grammatikvariable (Nichtterminalsymbol), die „nichts taugt"?



2. Aufgabe (reguläre Ausdrücke)

a) Geben Sie vier verschiedene reguläre Ausdrücke (aus max. 11 Zeichen) für $\{a,b\}^*$ an.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck (aus max. 11 Zeichen) für $\{a^n b \mid n \in \mathbb{N}\}^*$ an.
   Tipps: Unser $\mathbb{N}$ beginnt bei 1. Bitte beachten Sie das *-Zeichen in (b)!

3. Aufgabe (CYK-Algorithmus)

Es sei $G = [\Sigma, V, S, R]$ die kontextfreie Grammatik mit $\Sigma = \{a,b,c\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$, dem Startsymbol S und der folgenden Regelmenge R:

$$\begin{aligned} S &\to a \mid b \mid AC \mid BD \\ A &\to CS \\ B &\to b \\ C &\to c \\ D &\to a \mid b \mid BD \end{aligned}$$

Überprüfen Sie unter Verwendung des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, welche der Wörter

$$\begin{aligned} w_1 &= ccbacc, \\ w_2 &= ccbbcc \text{ und} \\ w_3 &= ccaacc \end{aligned}$$

zur Sprache $L(G)$ gehören.

4. Aufgabe (Chomsky-Normalisierung)

Es sei $G = [\Sigma, V, S, R]$ die kontextfreie Grammatik mit $\Sigma = \{a,b,c\}$, $V = \{S, H, I\}$, dem Startsymbol S und der folgenden Regelmenge R:

$$\begin{aligned} S &\to bSb \mid H \\ H &\to I \mid aH \mid a \\ I &\to H \mid c\,. \end{aligned}$$

Konstruieren Sie eine Grammatik G_{CNF} in Chomsky-Normalform, die die gleiche Sprache wie G erzeugt, also mit $L(G_{CNF}) = L(G)$.

5. Aufgabe (kontextfreie Grammatiken) [freiwillige Zusatzaufgabe, bitte nicht abgeben]

Geben Sie kontextsensitive, möglichst sogar kontextfreie Grammatiken G_1, G_2 und G_3 mit Alphabet $\Sigma = \{a,b,c\}$, Variablenmenge $\{S,A,B\}$ und Startsymbol S an, so dass …

a) $L(G_1) = \{a^m b^{m+n} c^n \mid m,n \in \mathbb{N}\}$ und

b) $L(G_2) = \{a^m b^n c^{2n} \mid m,n \in \mathbb{N}\}$.

c) $L(G_3) = \{a^n b^n c^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Tipps: Zwiebelschichtenmethode, zwei Zwiebeln nebeneinander, ein a-Folgen-Automat und eine Zwiebel nebeneinander, das Beispiel mit $a^n b^n c^n$ im Foliensatz 2-1.