12. Übungsblatt (nicht mehr für PVL, nur noch freiwillige Wiederholungsaufgaben)

W13 Aufgabe (Akzeptanz durch Kellerautomat)

Gegeben sei ein Kellerautomat K mit Startzustand z_0 und akzeptierendem Zustand z_a und den Transitionen:

$(z_0, -, \$, z_1, S)$,
$(z_1, -, S, z_1, 0S0)$, $(z_1, -, S, z_1, 1S1)$, $(z_1, -, S, z_1, \varepsilon)$
$(z_1, 0, 0, z_1, \varepsilon)$, $(z_1, 1, 1, z_1, \varepsilon)$, $(z_1, -, \$, z_a, \varepsilon)$

Welche Wörter über $\Sigma = \{0, 1\}$ werden mindestens (also ggf. auch andere) von K akzeptiert:

		JA	NEIN
(i)	alle Palindrome?	○	○
(ii)	alle Palindrome gerader Länge?	○	○
(iii)	alle Doppelwörter ww, $w \in \Sigma^*$?	○	○
(iv)	alle Binärzahlen mit Werten der Art $2^{2n} - 1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$	○	○
(v)	alle Binärzahlen mit Werten der Art $2^{2n} + 1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$	○	○
(vi)	alle Binärzahlen mit Werten der Art $2^{2n+1} + 1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$	○	○

W14 Aufgabe (Berechnung durch Turing-Maschine)

Gegeben sei eine Turingmaschine M mit Bandalphabet $\Sigma = \{0,1\}$, Startzustand z_a, Endzustand z_e und dem Programm:

$\delta(z_a, 0) = (z_0, 0, R)$
$\delta(z_a, 1) = (z_1, 1, R)$

$\delta(z_0, 0) = (z_0, 0, R)$
$\delta(z_0, 1) = (z_0, 1, R)$
$\delta(z_0, B) = (z_L, 0, L)$

$\delta(z_1, 0) = (z_1, 0, R)$
$\delta(z_1, 1) = (z_1, 1, R)$
$\delta(z_1, B) = (z_L, 1, L)$

$\delta(z_L, 0) = (z_L, 0, L)$
$\delta(z_L, 1) = (z_L, 1, L)$
$\delta(z_L, B) = (z_e, B, R)$

Welchen Output produziert die Turingmaschine aus einem Input w, der ein nichtleeres Wort aus Nullen und Einsen ist?

W15 Aufgabe (Turing-Reduzierbarkeit)

Es seien die Sprachen L_1, L_2 über dem Alphabet $\Sigma = \{0,1\}$ wie folgt gegeben:

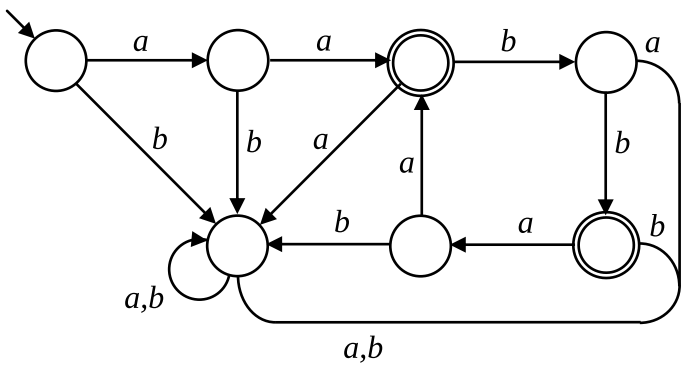
$$L_1 = \{0^n \mid n \geq 1\},$$
$$L_2 = \{10^n \mid n \geq 1\}.$$

Zeigen Sie, dass das Wortproblem der Sprache L_1 auf das Wortproblem der Sprache L_2 Turing-reduzierbar ist.

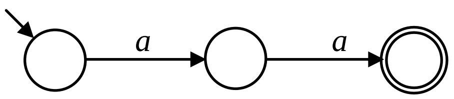
W16 Aufgabe (Diverse Sprachbeschreibungen)

In der Folge werden zehn Sprachen, L_1 bis L_{10}, über $\Sigma = \{a, b\}$ beschrieben, die untereinander teilweise übereinstimmen. Dies geschieht nach mehreren Methoden:

- natürlich-sprachlich
  - L_1: Jedes Wort enthält *aa*.
  - L_2: Jedes Wort beginnt mit *aa*. Auf *aa* folgt stets zunächst *bb* oder nichts mehr. Auf *bb* folgt stets zunächst *aa* oder nichts mehr.
- als regulärer Ausdruck (+ wie | bedeuten „oder“)
  - L_3: $(a+b)^*aa(a+b)^*(aa)^*$
  - L_4: $aa\,(bbaa)^*(\varepsilon+bb)$
- als Automatensprache L_5 des folgenden endlichen Automaten:



- als Sprache L_6, die der folgende endliche nichtdeterministische Automat akzeptiert:



- als Sprache L_7 einer regulären Grammatik mit Startsymbol S:

  S → aR | bS   R → a | aE | bS   E → a | b | aE | bE

- als Sprache L_8 aller Wörter, für die eine Turing-Maschine das Ergebnis 1 berechnet, und zwar mit Anfangszustand z_0 und Endzustand z_e und folgender Zustandsüberführungsfunktion δ:

$$\delta(z_0, a) = (z_1, a, R), \quad \delta(z_0, b) = (z_0, b, R),$$
$$\delta(z_1, a) = (z_2, a, R), \quad \delta(z_1, b) = (z_0, b, R),$$
$$\delta(z_2, a) = (z_2, a, R), \quad \delta(z_2, b) = (z_2, b, R), \quad \delta(z_2, B) = (z_3, B, L),$$
$$\delta(z_3, a) = \delta(z_3, b) = (z_3, B, L), \quad \delta(z_3, B) = (z_e, 1, N)$$

- als Sprache L_9 bzw. L_{10}, die ein Kellerautomat bei Endzustand z_e akzeptiert, mit Anfangszustand z_0 und folgender Transitionenmenge (links für L_9, rechts für L_{10}):

  Δ_9 für L_9:
  $(z_0, a, \$, z_0, a)$, $(z_0, a, a, z_1, \varepsilon)$,
  $(z_1, b, \$, z_1, b)$, $(z_1, b, b, z_2, \varepsilon)$,
  $(z_2, a, \$, z_2, a)$, $(z_2, a, a, z_1, \varepsilon)$,
  $(z_1, -, \$, z_e, \varepsilon)$, $(z_2, -, \$, z_e, \varepsilon)$

  Δ_{10} für L_{10}:
  $(z_0, a, \$, z_0, 1)$, $(z_0, a, 1, z_0, 2)$,
  $(z_0, -, 2, z_e, \varepsilon)$

Tragen Sie die Sprachen („L_n“) so in die folgenden Kästen ein, dass gleiche Sprachen im gleichen Kasten und unterschiedliche Sprachen in verschiedenen Kästen stehen. Es kann sein, dass nicht alle Kästen benutzt werden müssen.

L_1			